සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2017 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2017 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2017

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

විභාග අංකය

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

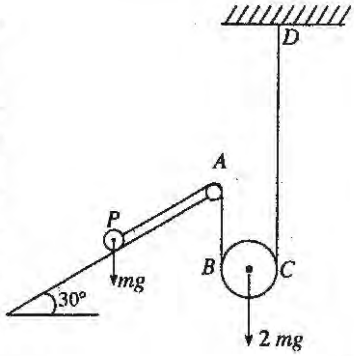
A කොටස

1. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය λm වූ Q අංශුවක් පිළිවෙළින් u හා v වේගවලින් එකිනෙක දෙසට, සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත වූ එක ම සරල රේඛාවක් දිගේ චලනය වේ. ඒවායේ ගැටුමෙන් පසු, P අංශුව v වේගයෙන් හා Q අංශුව u වේගයෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වේ. $\lambda = 1$ බව පෙන්වා, P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න.

2. කුඩා ඒකාකාර බෝලයක් රැගත් බැලූනයක් කාලය $t=0$ දී පොළොව මත ලක්ෂ්‍යයකින් නිශ්චලතාවයෙන් ආරම්භ කර ඒකාකාර f ත්වරණයකින් සිරස් ව ඉහළට චලනය වේ; මෙහි $f < g$ වේ. කාලය $t = T$ හි දී බෝලය, බැලූනයෙන් සීරුවෙන් ඉවත් වී ගුරුත්වය යටතේ චලනය වේ. $t = 0$ සිට බෝලය එහි උපරිම උස කරා ළඟා වන තෙක් බෝලයේ උඩු අත් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. T, f හා g ඇසුරෙන්, බෝලය ළඟා වූ උපරිම උස සොයන්න.

[තුන්වැනි පිටුව බලන්න.

3. රූපයේ $PABCD$ යනු තිරසට 30° කින් ආනත අචල සුමට තලයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට ඈඳා ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකි. තන්තුව, A හි වූ අචල කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් ද ස්කන්ධය $2m$ වූ සුමට කප්පියක් යටින් ද යයි. D ලක්ෂ්‍යය අචල වේ. PA, උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් දිගේ වන අතර AB හා CD සිරස් වේ. තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. අංශුවේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය සචල කප්පියේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය මෙන් දෙගුණයක් බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආතතිය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



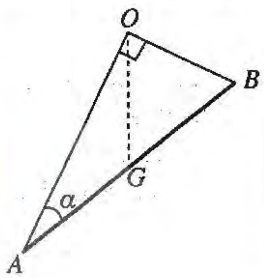
4. ස්කන්ධය M kg වූ ට්‍රක් රථයක් ස්කන්ධය m kg වූ කාරයක් සෘජු තිරස් පාරක් දිගේ ඇදගෙන යනු ලබන්නේ ට්‍රක් රථයේ හා කාරයේ චලිත දිශාවට සමාන්තර වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය කේබලයක් ආධාරයෙනි. ට්‍රක් රථයේ හා කාරයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධ පිළිවෙළින් නිව්ටන λM හා නිව්ටන λm වේ; මෙහි $\lambda\ (>0)$ නියතයකි. එක්තරා මොහොතක දී ට්‍රක් රථයේ එන්ජිමෙන් ජනනය කරනු ලබන ජවය P kW වන අතර ට්‍රක් රථයෙහි හා කාරයෙහි වේගය v m s^{-1} වේ. එම මොහොතේ දී කේබලයේ ආතතිය නිව්ටන $\dfrac{1000mP}{(M+m)v}$ බව පෙන්වන්න.

[හතරවැනි පිටුව බලන්න.

5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $-\mathbf{i}+2\mathbf{j}$ හා $2\alpha\mathbf{i}+\alpha\mathbf{j}$ යනු පිළිවෙළින් O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු; මෙහි $\alpha(>0)$ නියතයකි. අදිශ ගුණිතය භාවිතයෙන්, $A\hat{O}B=\frac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.

C යනු $OACB$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකය y-අක්ෂය දිගේ පිහිටයි නම්, α හි අගය සොයන්න.

6. OA හා OB සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින් O අචල ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලන ලද දිග $2a$ හා බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවයේ පවතී. G යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. $A\hat{O}B=\frac{\pi}{2}$ හා $O\hat{A}B=\alpha$ බව දී ඇත. $A\hat{O}G=\alpha$ බව පෙන්වා, තන්තු දෙකෙහි ආතති සොයන්න.



+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228
WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

7. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$, $P(A' \cup B') = \frac{5}{6}$ හා $P(B \mid A) = \frac{1}{4}$ බව දී ඇත. $P(A)$ හා $P(B)$ සොයන්න.

8. මල්ලක, කාඩ් නවයක් අඩංගු වේ. ඒවායින් හතරක 1 සංඛ්‍යාංකය මුද්‍රණය කර ඇති අතර ඉතිරි ඒවායේ 2 සංඛ්‍යාංකය මුද්‍රණය කර ඇත. ප්‍රතිස්ථාපන රහිත ව වරකට එක බැගින් සසම්භාවීව මල්ලෙන් කාඩ් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) ඉවතට ගත් පළමු කාඩ් දෙකෙහි සංඛ්‍යාංකයන්හි එකතුව හතර වීමේ,

(ii) ඉවතට ගත් පළමු කාඩ් තුනෙහි සංඛ්‍යාංකයන්හි එකතුව තුන වීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

[හයවැනි පිටුව බලන්න.

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

9. නිරීක්ෂණ හයක අගයන් a, a, b, b, x හා y වේ; මෙහි a, b, x හා y යනු ප්‍රභින්න ධන නිඛිල වන අතර $a<b$ වේ. මෙම නිරීක්ෂණ හයෙහි මාතයන් මොනවා ද?

මෙම මාතයන්හි එකතුව හා ගුණිතය පිළිවෙළින් x හා y බව දී ඇත. නිරීක්ෂණ හයෙහි මධ්‍යන්‍යය $\frac{7}{2}$ වේ නම්, a හා b සොයන්න.

10. $x_1, x_2, \ldots, x_{10}$ යන සංඛ්‍යා දහයෙහි මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව පිළිවෙළින් 10 හා 9 වේ. x_{10} සංඛ්‍යාව ඉවත් කිරීමෙන් පසු ඉතිරි වන සංඛ්‍යා නවයෙහි ද මධ්‍යන්‍යය 10 බව දී ඇත. මෙම සංඛ්‍යා නවයෙහි විචලතාව සොයන්න.

* *

[හත්වැනි පිටුව බලන්න.

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2017 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2017 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2017

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

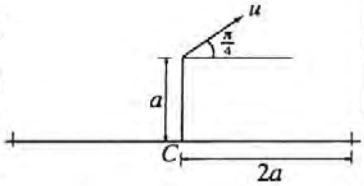
10 S II

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (*a*) උස a වූ සිරස් කුළුණක පාදය, තිරස් පොළොව මත වූ අරය $2a$ වන වෘත්තාකාර පොකුණක C කේන්ද්‍රයෙහි ඇත. කුළුණ මුදුනේ සිට තිරසෙන් ඉහළට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් u වේගයක් සහිත ව කුඩා ගලක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. (රූපය බලන්න.) ගල, ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය වී C සිට R දුරකින් C හරහා වූ තිරස් තලයෙහි වදියි. $gR^2 - u^2R - u^2a = 0$ සමීකරණය මගින් R දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.



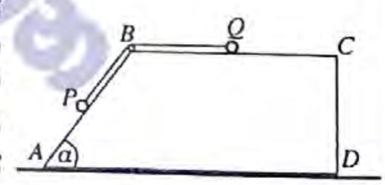
u, a හා g ඇසුරෙන් R සොයා, $u^2 > \frac{4}{3}ga$ නම්, ගල පොකුණ තුළට නොවැටෙන බව අපෝහනය කරන්න.

(*b*) S නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව $u \text{ km h}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට යාත්‍රා කරයි. B බෝට්ටුවක සිට බටහිරින් දකුණට θ කෝණයකින් l km දුරක නැව තිබෙන මොහොතේ දී බෝට්ටුව, නැව හමුවන අපේක්ෂාවෙන්, පොළොවට සාපේක්ෂව $v \text{ km h}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක ගමන් කරයි; මෙහි $u\sin\theta < v < u$ වේ. නැව හා බෝට්ටුව ඒවායේ වේග හා පෙත් නොවෙනස්ව පවත්වා ගන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, පොළොවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවට ගත හැකි පෙත් දෙක නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න.

පොළොවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවට ගත හැකි චලිත දිශා දෙක අතර කෝණය $\pi - 2\alpha$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{u\sin\theta}{v}\right)$ වේ.

මෙම පෙත් දෙක දිගේ නැව හමුවීම සඳහා බෝට්ටුව ගනු ලබන කාල, පැය t_1 හා පැය t_2 යැයි ගනිමු. $t_1 + t_2 = \frac{2lu\cos\theta}{u^2 - v^2}$ බව පෙන්වන්න.

12. (*a*) රූපයෙහි දැක්වෙන $ABCD$ ත්‍රපීසියම, ස්කන්ධය $2m$ වූ සුමට ඒකාකාර කුට්ටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන සිරස් හරස්කඩකි. AD හා BC රේඛා සමාන්තර වන අතර AB රේඛාව එය අඩංගු මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වේ. තව ද $AB = 2a$ ද $B\hat{A}D = \alpha$ ද වේ; මෙහි $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ හා $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ වේ. AD අයත් මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත ඇතිව කුට්ටිය තබනු ලබයි. දිග $l\,(> 2a)$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් B හි පිහිටි කුඩා සුමට කප්පියක් උඩින් යන අතර එහි එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ද අනෙක් කෙළවරට එම m ස්කන්ධය ම සහිත වෙනත් Q අංශුවක් ද ඈඳා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි P අංශුව AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ ද Q අංශුව BC මත ද තබා තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

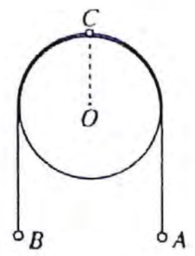


ගෙබිමට සාපේක්ෂව කුට්ටියේ ත්වරණය $\frac{4}{17}g$ බව පෙන්වා, කුට්ටියට සාපේක්ෂව P හි ත්වරණය සොයන්න.

තව ද P අංශුව A කරා ළඟා වීමට ගන්නා කාලය $\sqrt{\frac{17a}{5g}}$ බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිටුව බලන්න

(*b*) එක එකක ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක් දිග $l(> 2\pi a)$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඇඳනු ලැබේ. ස්කන්ධය $2m$ වූ C අංශුවක් තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ඇඳනු ලැබේ. කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ අචල සුමට ගෝලයක උච්චතම ලක්ෂ්‍යයෙහි C අංශුව ඇතිව ද A හා B අංශු O තුළින් වූ සිරස් තලයක නිදහසේ එල්ලෙමින් ද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තන්තුව ගෝලය මතින් තබා ඇත. සරල රේඛීය පෙතක A අංශුව පහළට චලනය වන පරිදි C අංශුවට ගෝලය මත එම සිරස් තලයේ ම කුඩා විස්ථාපනයක් දෙනු ලැබේ. C අංශුව ගෝලය සමග ස්පර්ශව ඇතිනාක් $\dot{\theta}^2 = \frac{g}{a}(1 - \cos\theta)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි θ යනු OC හැරී තිබෙන කෝණය වේ.

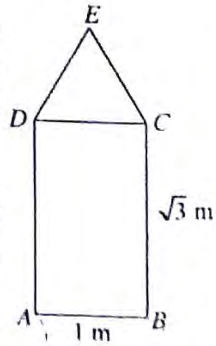


$\theta = \frac{\pi}{3}$ වන විට C අංශුව, ගෝලය අතහැර යන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

13. ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් ගෙබිමකට $3a$ උසක් ඉහළින් වූ O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට ඇඳා ඇත. අංශුව O අසලින් තබා, $\sqrt{ga}$ වේගයකින් සිරස් ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තන්තුවේ දිග x යන්න. $a \le x < 3a$ සඳහා $\ddot{x} + \frac{g}{a}(x - 2a) = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වා මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය සොයන්න.
ගෙබිම සමග පළමු ගැටුම තෙක් අංශුවේ පහළට චලිතය සඳහා ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් $a \le x < 3a$ සඳහා $\dot{x}^2 = \frac{g}{a}(4ax - x^2)$ බව පෙන්වන්න.
$X = x - 2a$ යැයි ගනිමින් අවසාන සමීකරණය $-a \le X < a$ සඳහා $\dot{X}^2 = \frac{g}{a}\left(A^2 - X^2\right)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි A යනු නිර්ණය කළ යුතු විස්තාරය වේ.
ගෙබිම සමග පළමු ගැටුමට මොහොතකට පෙර අංශුවේ ප්‍රවේගය කුමක් ද?
අංශුව හා ගෙබිම අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{\sqrt{3}}$ වේ. පළමු ගැටුමෙන් පසු තන්තුව බුරුල් වන තෙක් අංශුවේ උඩු අත් චලිතයට $-a \le X < a$ සඳහා $\dot{X}^2 = \frac{g}{a}\left(B^2 - X^2\right)$ බව දී ඇත; මෙහි B යනු මෙම නව සරල අනුවර්තී චලිතයේ-නිර්ණය කළ යුතු විස්තාරය වේ.
ඉහතින් විස්තර කරන ලද යටි අත් හා උඩු අත් සරල අනුවර්තී චලිතවල අංශුව යෙදෙන මුළු කාලය $\frac{5\pi}{6}\sqrt{\frac{a}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

14. (*a*) A හා B සමග **ඒක රේඛීය නොවන** O අචල මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ. O අනුබද්ධයෙන් C ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{c} = (1 - \lambda)\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $0 < \lambda < 1$ වේ.
$\overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{CB}$ දෛශික $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ හා λ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.
ඒ නයින්, C ලක්ෂ්‍යය AB රේඛා ඛණ්ඩය මත පිහිටන බවත් $AC : CB = \lambda : (1 - \lambda)$ බවත් පෙන්වන්න.
දැන්, OC රේඛාව AOB කෝණය සමච්ඡේදනය කරන්නේ යැයි සිතමු. $|\mathbf{b}|(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) = |\mathbf{a}|(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$ බව පෙන්වා **ඒ නයින්**, λ සොයන්න.

(*b*) රූපයෙහි $ABCD$ යනු $AB = 1$ m හා $BC = \sqrt{3}$ m වූ සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන අතර CDE යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. විශාලත්වය නිව්ටන $5, 2\sqrt{3}, 3, 4\sqrt{3}, P$ හා Q වූ බල පිළිවෙළින් BA, DA, DC, CB, CE හා DE දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියාකරයි. මෙම බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වේ.
$P = 4$ හා $Q = 8$ බව පෙන්වා, මෙම යුග්මයේ ඝූර්ණය සොයන්න. දැන්, BA හා DA දිගේ ක්‍රියාකරන බලවල විශාලත්ව එලෙසම තිබිය දී ඒවායේ දිශා ප්‍රතිවර්ත්‍ය කරනු ලැබේ. නව පද්ධතිය විශාලත්වය නිව්ටන $2\sqrt{37}$ සහිත තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට ඌනනය වන බව පෙන්වන්න.

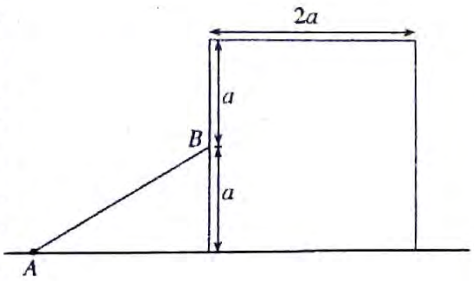


මෙම සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියාරේඛාව දික් කළ BA හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති දුර $\frac{7}{4}$ m බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

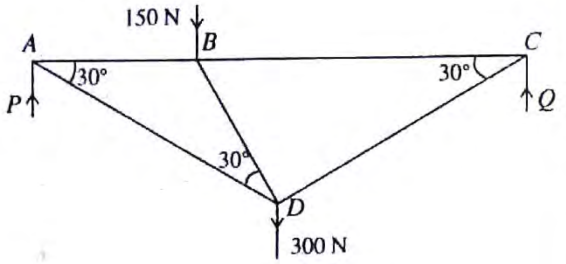
[නවවැනි පිටුව බලන්න

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

15. (a) බර W හා පැත්තක දිග $2a$ වන ඒකාකාර ඝනකාකාර කුට්ටියක් රළු තිරස් ගෙබිමක් මත තබා ඇත. බර $2W$ හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක A කෙළවර තිරස් ගෙබිමෙහි ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසවි කර ඇති අතර B කෙළවර ඝනකයේ සුමට සිරස් මුහුණතකට එරෙහිව එහි කේන්ද්‍රයේ තබා ඇත. දණ්ඩ ඔස්සේ යන සිරස් තලය කුට්ටියේ එම සිරස් මුහුණතට ලම්බ වන අතර පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ පවතී. (අදාළ සිරස් හරස්කඩ සඳහා රූපය බලන්න.) ඝනකාකාර කුට්ටිය හා රළු තිරස් ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. $\mu \geq \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.



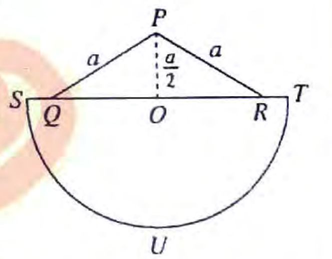
(b) කෙළවරවලින් නිදහසේ සන්ධි කරන ලද AB, BC, AD, BD හා CD සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ පෙන්වයි. AB = මීටර a හා BC = මීටර $2a$ වන අතර $B\hat{A}D = B\hat{D}A = B\hat{C}D = 30°$ වේ. රාමු සැකිල්ලට B හි දී 150 N හා D හි දී 300 N භාර යොදා ඇත. එය AB හා BC තිරස් වන පරිදි පිළිවෙළින් A හා C හි දී යොදන ලද P හා Q සිරස් බල දෙකකින් ආධාර කරනු ලැබ සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත. $P = 250$ N බව පෙන්වන්න.



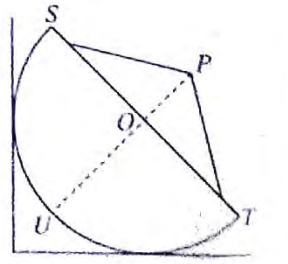
බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ **ඒ නයින්**, සියලු ම දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරන්න.

16. කේන්ද්‍රය C හා අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාපයක හැඩයෙන් යුත් තුනී ඒකාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය C සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ඇති බව පෙන්වන්න.

යාබද රූපයෙහි PQ, PR හා ST යනු, ඒකක දිගක ස්කන්ධය ρ වූ තුනී ඒකාකාර කම්බියකින් කපා ගත් සරල රේඛීය කැබලි තුනකි. PQ හා PR කැබලි දෙක P ලක්ෂ්‍යයෙහි දී එකිනෙකට පාස්සා ඉන් පසු Q හා R ලක්ෂ්‍යවල දී ST ට පාස්සා ඇත. $PQ = PR = a$, $ST = 2a$ හා $PO = \frac{a}{2}$ බව දී ඇත; මෙහි O යනු QR හා ST යන දෙකෙහි ම මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. තව ද SUT යනු ඒකක දිගක ස්කන්ධය $k\rho$ වූ තුනී ඒකාකාර කම්බියකින් සාදා ගත් කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාපයකි; මෙහි $k\ (>0)$ නියතයක් වේ. SUT අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බිය PQR තලයේ S හා T ලක්ෂ්‍යවල දී ST කම්බියට පාස්සා රූපයේ දැක්වෙන L දෘඪ තල කම්බි රාමුව සාදා ඇත. L හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය P සිට $\left(\frac{\pi k + 4k + 3}{\pi k + 4}\right)\frac{a}{2}$ දුරකින් ඇති බව පෙන්වන්න.



යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි L කම්බි රාමුව, එහි වෘත්තාකාර කොටස සුමට සිරස් බිත්තියක හා ලිස්සා යාම වැළැක්වීමට ප්‍රමාණවත් තරම් රළු තිරස් ගෙබිමක ස්පර්ශ වෙමින්, එහි තලය බිත්තියට ලම්බව සමතුලිතව ඇත. L මත ක්‍රියාකරන බල ලකුණු කර $k > \frac{1}{4}$ බව පෙන්වන්න.



දැන් $k = 1$ යැයි ගනිමු. P ලක්ෂ්‍යයේ දී ස්කන්ධය m වන අංශුවක් L ට සම්බන්ධ කළ පසු ද ඉහත පිහිටීමේ ම සමතුලිතතාව පවත්වාගෙන යයි. $m < 3\rho a$ බව පෙන්වන්න.

[දහවැනි පිටුව බලන්න

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

17 (a) A, B හා C යන මලු එක එකක, පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම, සුදු බෝල හා කළු බෝල පමණක් අඩංගු වේ. A මල්ලෙහි සුදු බෝල 4 ක් හා කළු බෝල 2 ක් ද B මල්ලෙහි සුදු බෝල 2 ක් හා කළු බෝල 4 ක් ද C මල්ලෙහි සුදු බෝල m හා කළු බෝල $(m+1)$ ක් ද අඩංගු වේ. මල්ලක් සසම්භාවීව තෝරා ගෙන එකකට පසු ව අනෙක ලෙස ප්‍රතිස්ථාපනයෙන් තොරව සසම්භාවීව බෝල දෙකක් එම මල්ලෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. ඉවතට ගත් පළමු බෝලය සුදු හා ඉවතට ගත් දෙවන බෝලය කළු වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{5}{18}$ වේ. m හි අගය සොයන්න.

තව ද ඉවතට ගත් පළමු බෝලය සුදු හා ඉවතට ගත් දෙවන බෝලය කළු බව දී ඇති විට, C මල්ල තෝරා ගෙන තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) ශිෂ්‍යයන් 100 ක කණ්ඩායමක්, සංඛ්‍යාන ප්‍රශ්නයකට ඔවුන්ගේ පිළිතුරු සඳහා ලබා ගත් ලකුණුවල ව්‍යාප්තිය පහත වගුවෙහි දැක්වේ.

ලකුණු පරාසය	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
0 - 2	15
2 - 4	25
4 - 6	40
6 - 8	15
8 - 10	5

මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය μ හා සම්මත අපගමනය σ නිමානය කරන්න.

$\kappa = \frac{3(\mu - M)}{\sigma}$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන කුටිකතා සංගුණකය κ ද නිමානය කරන්න; මෙහි M යනු ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය වේ.

* * *

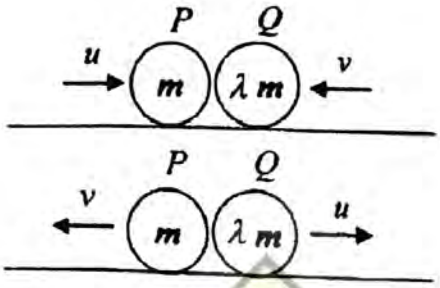
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2017

10 - සංයුක්ත ගණිතය II

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

1. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය λm වූ Q අංශුවක් පිළිවෙළින් u හා v වේගවලින් එකිනෙක දෙසට, සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත වූ එක ම සරල රේඛාවක් දිගේ චලනය වේ. ඒවායේ ගැටුමෙන් පසු, P අංශුව v වේගයෙන් හා Q අංශුව u වේගයෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වේ. $\lambda = 1$ බව පෙන්වා, P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න.



පද්ධතියට $\underline{I} = \Delta(M\underline{v}) \longrightarrow$ යෙදීමෙන්

$$0 = (\lambda mu - mv) - (mu - \lambda mv)$$ (5)

$$\Rightarrow 0 = (\lambda - 1)u + (\lambda - 1)v$$

$$\Rightarrow 0 = (\lambda - 1)(u + v)$$

$$\Rightarrow \lambda = 1.$$ (5)

e යනු P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය යැයි ගනිමු. නිව්ටන් ප්‍රත්‍යගති නියමය යෙදීමෙන් :

$\longrightarrow u \quad \longrightarrow -v$

$\longrightarrow -v \quad \longrightarrow u$

$$(u + v) = e(u + v)$$ (10)

$$\therefore \quad e = 1.$$ (5)

25

ගම්‍යතා සංථි. →

$$mu - \lambda mv = \lambda mu - vm$$

$$u - \lambda v = \lambda u - v$$

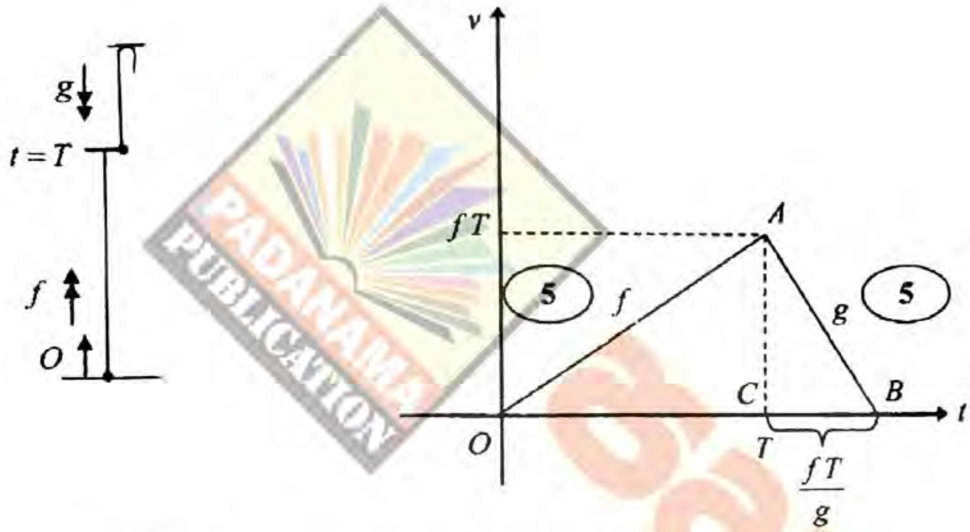
$$u - \lambda v + v - \lambda u = 0$$

$$u(1 - \lambda) + v(1 - \lambda) = 0$$

$$(1 - \lambda)(u + v) = 0$$

$$\underline{\lambda = 1}$$

2. කුඩා ඒකාකාර බෝලයක් රැගත් බැලූනයක් කාලය $t=0$ දී පොළොව මත ලක්ෂ්‍යයකින් නිශ්චලතාවයෙන් ආරම්භ කර ඒකාකාර f ත්වරණයකින් සිරස් ව ඉහළට චලනය වේ; මෙහි $f<g$ වේ. කාලය $t=T$ හි දී බෝලය, බැලූනයෙන් සීරුවෙන් ඉවත් වී ගුරුත්වය යටතේ චලනය වේ. $t=0$ සිට බෝලය එහි උපරිම උස කරා ළඟා වන තෙක් බෝලයේ උඩු අත් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. T, f හා g ඇසුරෙන්, බෝලය ළඟා වූ උපරිම උස සොයන්න.



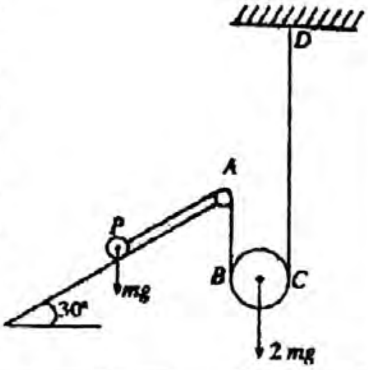
$$f = \frac{AC}{T} \text{ සහ } g = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{f}{g}T.$$ (5)

$$\text{උපරිම උස} = OAB \text{ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය} = \frac{1}{2}\left(T + \frac{fT}{g}\right) \times fT.$$ (5) + (5)

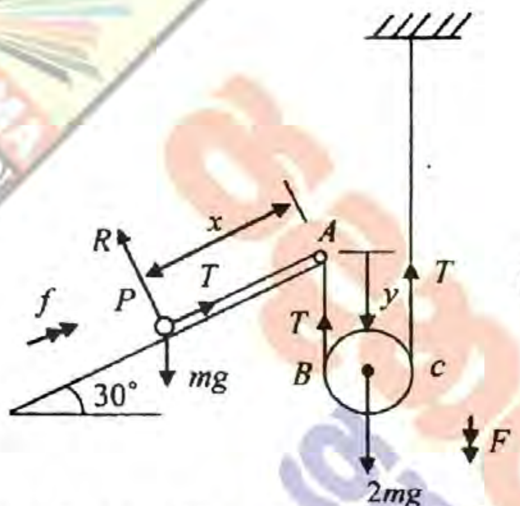
$$= \frac{fT^2}{2g}(f+g)$$

25

3. රූපයේ $PABCD$ යනු තිරසට 30° කින් ආනත අචල සුමට තලයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට ඇඳා ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකි. තන්තුව, A හි වූ අචල කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් ද ස්කන්ධය $2m$ වූ සුමට කප්පියක් යටින් ද යයි. D ලක්ෂ්‍යය අචල වේ. PA, උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් දිගේ වන අතර AB හා CD සිරස් වේ. තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. අංශුවේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය සචල කප්පියේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය මෙන් දෙගුණයක් බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආතතිය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



PADANAMA PUBLICATION



(5)

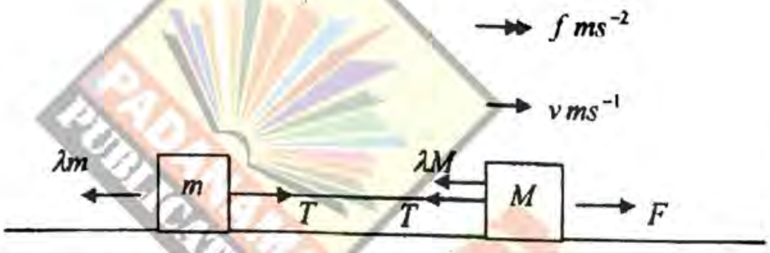
$x + 2y =$ නියතයක් $\Rightarrow \ddot{x} + 2\ddot{y} = 0 \Rightarrow 2\ddot{y} = -\ddot{x}.$ (5)

රූපයේ පරිදි f හා F සමගින් $f = 2F$ වේ. (5)

$\underline{F} = m\underline{a}$ ↗ for P: $T - mg\sin 30^\circ = m f$ (5)

$\underline{F} = m\underline{a}$ ↓ for $2mg$: $2mg - 2T = 2m F$ (5)

4. ස්කන්ධය M kg වූ ට්‍රක් රථයක් ස්කන්ධය m kg වූ කාරයක් සෘජු තිරස් පාරක් දිගේ ඇදගෙන යනු ලබන්නේ ට්‍රක් රථයේ හා කාරයේ චලිත දිශාවට සමාන්තර වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය කේබලයක් ආධාරයෙනි. ට්‍රක් රථයේ හා කාරයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධ පිළිවෙළින් නිව්ටන λM හා නිව්ටන λm වේ; මෙහි $\lambda\ (>0)$ නියතයකි. එක්තරා මොහොතක දී ට්‍රක් රථයේ එන්ජිමෙන් ජනනය කරනු ලබන ජවය P kW වන අතර ට්‍රක් රථයෙහි හා කාරයෙහි වේගය v m s^{-1} වේ. එම මොහොතේ දී කේබලයේ ආතතිය නිව්ටන $\dfrac{1000mP}{(M+m)v}$ බව පෙන්වන්න.



(5)

ප්‍රකර්ෂණ බලය $F = \dfrac{1000P}{v}\,N$ ------------ (1) (5)

$\underline{F} = m\underline{a} \rightarrow$ for M: $F - \lambda M - T = Mf$ ----------- (2) (5)

$\underline{F} = m\underline{a} \rightarrow$ for m: $T - \lambda m = mf$ ----------- (3) (5)

දැන් (1), (2) හා (3) $\Rightarrow \dfrac{1000P}{v} - \lambda M - T = Mf$

$$\Rightarrow \frac{1000P}{v} - \lambda M - T = \frac{M}{m}(T - \lambda m)$$

$$\Rightarrow T = \frac{1000mP}{(M+m)v}\,N.$$ (5)

5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $-\mathbf{i}+2\mathbf{j}$ හා $2\alpha\mathbf{i}+\alpha\mathbf{j}$ යනු පිළිවෙළින් O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු; මෙහි $\alpha(>0)$ නියතයකි. අදිශ ගුණිතය භාවිතයෙන්, $A\hat{O}B=\frac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.

C යනු $OACB$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකය y-අක්ෂය දිගේ පිහිටයි නම්, α හි අගය සොයන්න.

තිත් ගුණිතය : $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=(-\underline{i}+2\underline{j})\cdot(2\alpha\,\underline{i}+\alpha\,\underline{j})$

$=-2\alpha+2\alpha=0$

(5)

$\therefore A\hat{O}B=\frac{\pi}{2}.$ (5)

$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}$

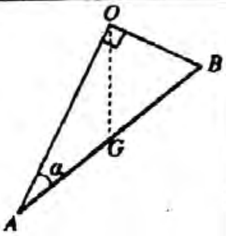
$=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$

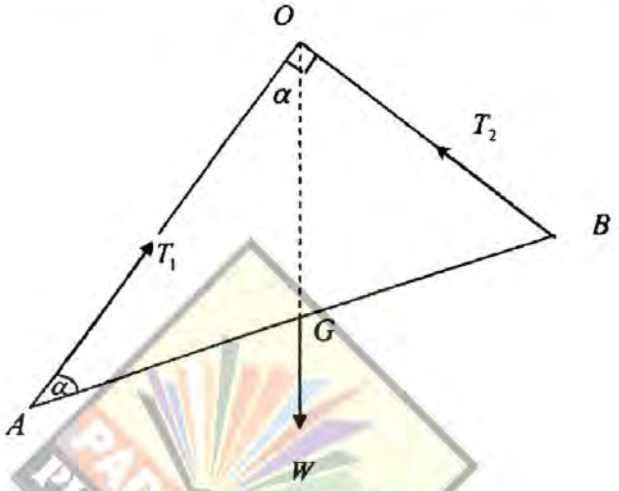
$=(-1+2\underline{\alpha})\underline{i}+(2+\alpha)\underline{j}$ (5)

$\overrightarrow{OC}$, $y-$ අක්ෂය මත පිහිටයි. $\Rightarrow (1-2\alpha)=0$ (5)

$\Rightarrow \alpha=\frac{1}{2}.$ (5)

6. OA හා OB සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින් O අචල ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලන ලද දිග $2a$ හා බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවයේ පවතී. G යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. $A\hat{O}B = \frac{\pi}{2}$ හා $O\hat{A}B = \alpha$ බව දී ඇත. $A\hat{O}G = \alpha$ බව පෙන්වා, තන්තු දෙකෙහි ආතති සොයන්න.





(5)

$A\hat{O}B = \frac{\pi}{2}$, බැවින් A, O සහ B හරහා යන විෂ්කම්භය AB වන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය G වේ.

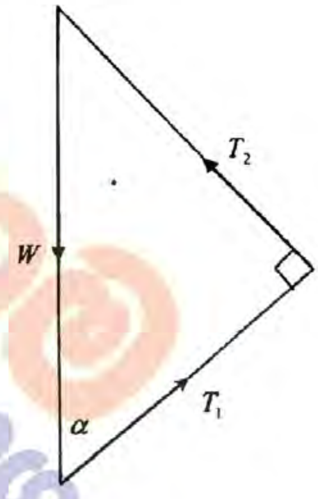
$\therefore AG = OG$.

$\Rightarrow A\hat{O}G = O\hat{A}G = \alpha$. (5)

$\overrightarrow{AO}$ හා $\overrightarrow{BO}$ දිගේ විභේදනයෙන් (5)

$T_1 = W\cos\alpha$. (5)

$T_2 = W\sin\alpha$. (5)



25

---

cot

$\theta = \alpha \rightarrow$ (10)

$T_1 \rightarrow$ (5)

$T_2 \rightarrow$ (5)

$\rightarrow$ (5)

7. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A\cup B)=\frac{4}{5}$, $P(A'\cup B')=\frac{5}{6}$ හා $P(B\mid A)=\frac{1}{4}$ බව දී ඇත. $P(A)$ හා $P(B)$ සොයන්න.

$A'\cup B'=(A\cap B)'$, නිසා $P((A\cap B)')=1-P(A\cap B)$ වේ.

$$\therefore P(A\cap B)=1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}. \quad (5)$$

දැන් $P(B\mid A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$ (5) $\Rightarrow P(A)=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}}=\frac{2}{3}$. (5)

තවද, $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ (5) $\Rightarrow \frac{4}{5}=\frac{2}{3}+P(B)-\frac{1}{6}$

$\Rightarrow P(B)=\frac{4}{5}-\frac{1}{2}=\frac{3}{10}$. (5)

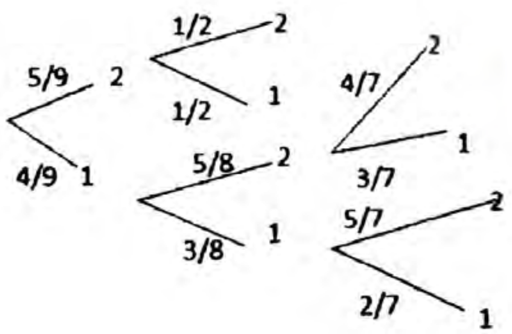
---

8. මල්ලක, කාඩ් නවයක් අඩංගු වේ. ඒවායින් හතරක 1 සංඛ්‍යාංකය මුද්‍රණය කර ඇති අතර ඉතිරි ඒවායේ 2 සංඛ්‍යාංකය මුද්‍රණය කර ඇත. ප්‍රතිස්ථාපන රහිත ව වරකට එක බැගින් සසම්භාවීව මල්ලෙන් කාඩ් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) ඉවතට ගත් පළමු කාඩ් දෙකෙහි සංඛ්‍යාංකයන්හි එකතුව හතර වීමේ,

(ii) ඉවතට ගත් පළමු කාඩ් තුනෙහි සංඛ්‍යාංකයන්හි එකතුව තුන වීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.



(i) පිළිතුර $=\frac{5}{9}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{18}$. (5) (5)

(ii) පිළිතුර $=\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{21}$. (5) (10)

9. නිරීක්ෂණ හයක අගයන් a, a, b, b, x හා y වේ; මෙහි a, b, x හා y යනු ප්‍රභින්න ධන නිඛිල වන අතර $a<b$ වේ. මෙම නිරීක්ෂණ හයෙහි මාතයන් මොනවා ද?

මෙම මාතයන්හි ඓක්‍යය හා ගුණිතය පිළිවෙළින් x හා y බව දී ඇත. නිරීක්ෂණ හයෙහි මධ්‍යන්‍යය $\frac{7}{2}$ වේ නම්, a හා b සොයන්න.

මාතයන් a සහ b වේ. (5)

$a+b=x$ බව සහ $ab=y$ බව දී ඇත.

මධ්‍යන්‍යය $\frac{7}{2}$ නිසා, $\frac{2a+2b+x+y}{6}=\frac{7}{2}$ වේ. (5)

$\therefore 3a+3b+ab=21$ ---------------- (1) (5)

(1) $\Rightarrow ab$ යන්න 3ත් බෙදෙන අතර $ab \geq 3$.

තවද (1) $\Rightarrow a+b \leq 6$. (5)

$1<a<b$ නිසා

$a=2 \quad b=3$ වේ. (5)

25

---

10. $x_1, x_2, \ldots, x_{10}$ යන සංඛ්‍යා දහයෙහි මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව පිළිවෙළින් 10 හා 9 වේ. x_{10} සංඛ්‍යාව ඉවත් කිරීමෙන් පසු ඉතිරි වන සංඛ්‍යා නවයෙහි ද මධ්‍යන්‍යය 10 බව දී ඇත. මෙම සංඛ්‍යා නවයෙහි විචලතාව සොයන්න.

මධ්‍යන්‍යය $=10 \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10}=10.$ (5)

විචලතාව $=9 \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{10}-10^2=9 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i^2=1090.$ (5)

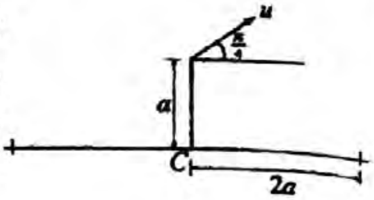
පළමු සංඛ්‍යා 9 හි මධ්‍යන්‍යය $=10 \Rightarrow x_{10}=10.$ (5)

$\therefore \sum_{i=1}^{9} x_i^2=990.$ (5)

$\therefore$ පළමු සංඛ්‍යා 9 හි විචලතාව $=\frac{990}{9}-10^2=10.$ (5)

25

11. (*a*) උස a වූ සිරස් කුළුණක පාදය, තිරස් පොළොව මත වූ අරය $2a$ වන වෘත්තාකාර පොකුණක C කේන්ද්‍රයෙහි ඇත. කුළුණ මුදුනේ සිට තිරසෙන් ඉහළට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් u වේගයක් සහිත ව කුඩා ගලක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. (රූපය බලන්න.) ගල, ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය වී C සිට R දුරකින් C හරහා වූ තිරස් තලයෙහි වදියි. $gR^2 - u^2R - u^2a = 0$ සමීකරණය මගින් R දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

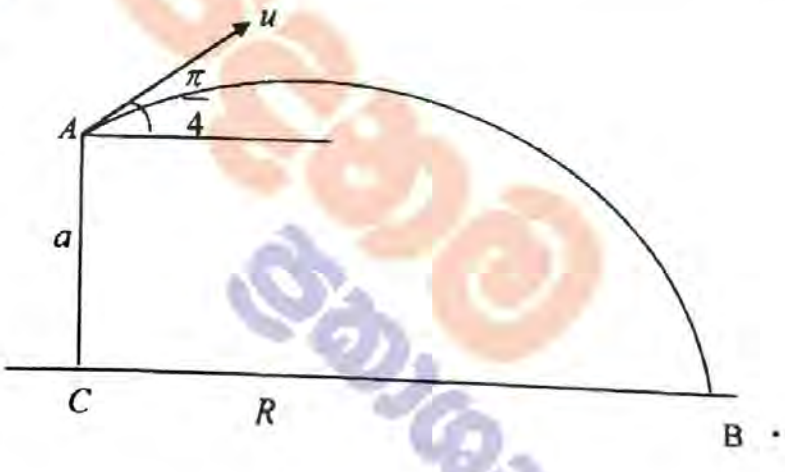


u, a හා g ඇසුරෙන් R සොයා, $u^2 > \frac{4}{3}ga$ නම්, ගල පොකුණ තුළට නොවැටෙන බව අපෝහනය කරන්න.

(*b*) S නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව u km h^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට යාත්‍රා කරයි. B බෝට්ටුවක සිට බටහිරින් දකුණට θ කෝණයකින් l km දුරක නැව තිබෙන මොහොතේ දී බෝට්ටුව, නැව හමුවන අපේක්ෂාවෙන්, පොළොවට සාපේක්ෂව v km h^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක ගමන් කරයි; මෙහි $u\sin\theta < v < u$ වේ. නැව හා බෝට්ටුව ඒවායේ වේග හා පෙත් නොවෙනස්ව පවත්වා ගන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, පොළොවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවට ගත හැකි පෙත් දෙක නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න.

පොළොවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවට ගත හැකි චලිත දිශා දෙක අතර කෝණය $\pi - 2\alpha$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{u\sin\theta}{v}\right)$ වේ.

මෙම පෙත් දෙක දිගේ නැව හමුවීම සඳහා බෝට්ටුව ගනු ලබන කාල, පැය t_1 හා පැය t_2 යැයි ගනිමු. $t_1 + t_2 = \frac{2lu\cos\theta}{u^2 - v^2}$ බව පෙන්වන්න.



$s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්,

$\rightarrow$ A සිට B දක්වා: $R = u\cos\frac{\pi}{4}\cdot t = \frac{ut}{\sqrt{2}}$ ---------------- (1) (5)

$\uparrow$ A සිට B දක්වා $-a = u\sin\frac{\pi}{4}t - \frac{1}{2}gt^2$ ----------------(2) (10)

(1) හා (2) $\Rightarrow$ $-a = R - \frac{1}{2}g\frac{2R^2}{u^2}$ (5)

$\Rightarrow gR^2 - u^2R - u^2a = 0$ (5)

$\therefore R = \dfrac{u^2 \pm \sqrt{u^4 + 4u^2ag}}{2g}$. (5)

$R = \dfrac{u^2 + \sqrt{u^4 + 4agu^2}}{2g}$ (5) $(\because R > 0)$ (5)

15

$u^2 > \frac{4}{3}ga$. ලෙස ගනිමු.

එවිට , $R > \dfrac{\frac{4}{3}ga + \sqrt{\frac{16}{9}g^2a^2 + \frac{16}{3}g^2a^2}}{2g}$ (5) $= \dfrac{\frac{4}{3}ga + \frac{8}{3}ga}{2g} = 2a.$ (5)

$\Rightarrow R > 2a$.

$\therefore$ ගල පොකුණට නොවැටේ.

10

(b) $\underline{V}(S, E) = \longrightarrow u$ (5)

$\underline{V}(B, E) = v$ (5)

$\underline{V}(B, S) = \swarrow$ (5)

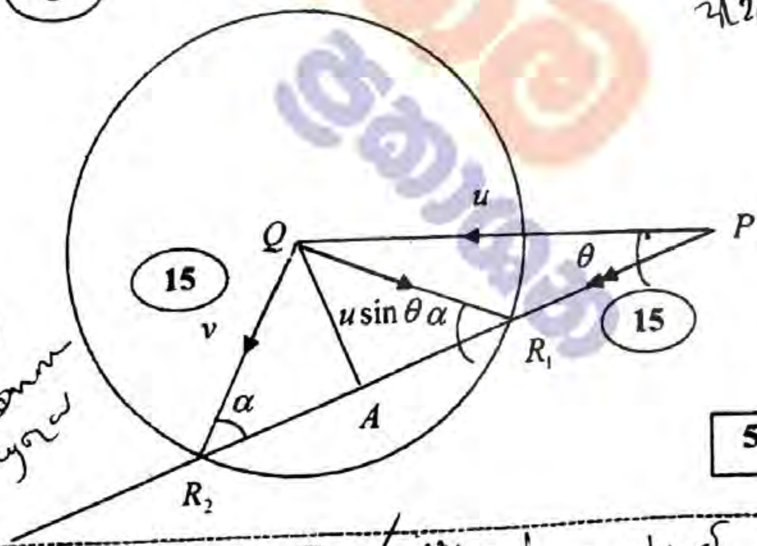
$u\sin\theta < v < u$

$\underline{V}(B, S) = \underline{V}(B, E) + \underline{V}(E, S)$ (5)

$= \underline{V}(E, S) + \underline{V}(B, E)$

$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}$

$= \overrightarrow{PR}$.



50

අවශ්‍ය කෝණය $= R_1\hat{Q}R_2$ (5)

$= \pi - 2\alpha$, මෙහි, $Q\hat{R}_2R_1 = \alpha$. (5)

$$\sin\alpha = \frac{QA}{QR_2} = \frac{u\sin\theta}{v}$$ (5)

$$\therefore \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{u\sin\theta}{v}\right).$$

15

$$t_1 + t_2 = \frac{l}{PR_1} + \frac{l}{PR_2} = \frac{l(PR_1 + PR_2)}{PR_1 \cdot PR_2}.$$

(5)

$$PR_1 = PA - AR_1$$

$$= u\cos\theta - \sqrt{v^2 - u^2\sin^2\theta}$$ (10) or (0)

$$PR_2 = PA + AR_2$$

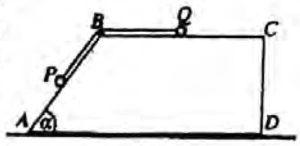
$$= u\cos\theta + \sqrt{v^2 - u^2\sin^2\theta}$$ (10)

$$\therefore t_1 + t_2 = \frac{l\ 2u\cos\theta}{u^2\cos^2\theta - (v^2 - u^2\sin^2\theta)}$$ (5)

$$= \frac{2lu\cos\theta}{u^2 - v^2}\ (\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1)$$ (5)

35

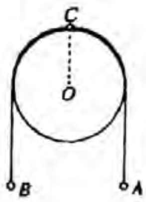
12.(a) රූපයෙහි දැක්වෙන $ABCD$ ත්‍රපීසියම, ස්කන්ධය $2m$ වූ සුමට ඒකාකාර කුට්ටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන සිරස් හරස්කඩකි. AD හා BC රේඛා සමාන්තර වන අතර AB රේඛාව එය අඩංගු මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වේ. තව ද $AB = 2a$ ද $B\hat{A}D = \alpha$ ද වේ; මෙහි $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ හා $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ වේ. AD අයත් මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත ඇතිව කුට්ටිය තබනු ලබයි. දිග $l\ (> 2a)$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් B හි පිහිටි කුඩා සුමට කප්පියක් උඩින් යන අතර එහි එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ද අනෙක් කෙළවරට එම m ස්කන්ධය ම සහිත වෙනත් Q අංශුවක් ද ඇඳා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි P අංශුව AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ ද Q අංශුව BC මත ද තබා තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.



ගෙබිමට සාපේක්ෂව කුට්ටියේ ත්වරණය $\frac{4}{17}g$ බව පෙන්වා, කුට්ටියට සාපේක්ෂව P හි ත්වරණය සොයන්න.

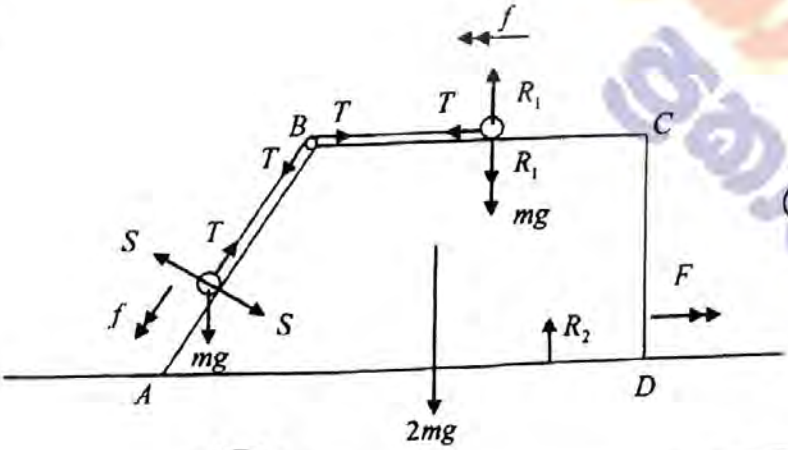
තව ද P අංශුව A කරා ළඟා වීමට ගන්නා කාලය $\sqrt{\frac{17a}{5g}}$ බව පෙන්වන්න.

(b) එක එකක ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක් දිග $l(> 2\pi a)$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඇඳනු ලැබේ. ස්කන්ධය $2m$ වූ C අංශුවක් තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ඇඳනු ලැබේ. කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ අචල සුමට ගෝලයක උච්චතම ලක්ෂ්‍යයෙහි C අංශුව ඇතිව ද A හා B අංශු O තුළින් වූ සිරස් තලයක නිදහසේ එල්ලෙමින් ද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තන්තුව ගෝලය මතින් තබා ඇත. සරල රේඛීය පෙතක A අංශුව පහළට චලනය වන පරිදි C අංශුවට ගෝලය මත එම සිරස් තලයේ ම කුඩා විස්ථාපනයක් දෙනු ලැබේ. C අංශුව ගෝලය සමග ස්පර්ශව ඇතිනම් $\dot{\theta}^2 = \frac{g}{a}(1 - \cos\theta)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි θ යනු OC හැරී ගිය කෝණය වේ.



$\theta = \frac{\pi}{3}$ වන විට C අංශුව, ගෝලය අතහැර යන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(a)



(10)

(5)

$\underline{a}(P, \text{Block}) = f \swarrow$ යැයි ගනිමු. එවිට $\underline{a}(Q, \text{Block}) = f \leftarrow$

තවද $\underline{f}(\text{Block}, E) = F \rightarrow$

$\underline{F} = m\underline{a}$: යෙදීමෙන්

පද්ධතියට $\rightarrow$ $0 = 2mF + m(F - f) + m(F - f\cos\alpha)$ (10) or (0)

$$\Rightarrow 0 = 4F - f - f \times \frac{3}{5}$$

$\therefore f = \dfrac{5F}{2}$ -----------(1) (5)

P අංශුවට ↙ $mg\sin\alpha - T = m(f - F\cos\alpha)$ ----------- (2) (10) or (0)

Q අංශුවට ← $T = m(f - F)$ -------------(3) (10) or (0)

(5) ← T ඉවත් කිරීම.

$(2) + (3) \Rightarrow mg \times \dfrac{4}{5} = m(f - F) + m\left(f - F \times \dfrac{3}{5}\right)$

$\Rightarrow 4g = 5f - 5F + 5f - 3F$

$\Rightarrow 4g = 10f - 8F$ (5)

දැන් (1) $\Rightarrow 4g = 25F - 8F$

$\Rightarrow F = \dfrac{4}{17}g$. (5)

$(1) \Rightarrow f = \dfrac{10g}{17}$ (5)

70

$s = ut + \dfrac{1}{2}at^2$: ↙ යෙදීමෙන්

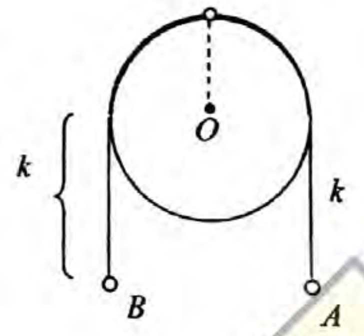
(P, B) හි චලිතය සඳහා : $a = 0 + \dfrac{1}{2}ft^2$ (5)

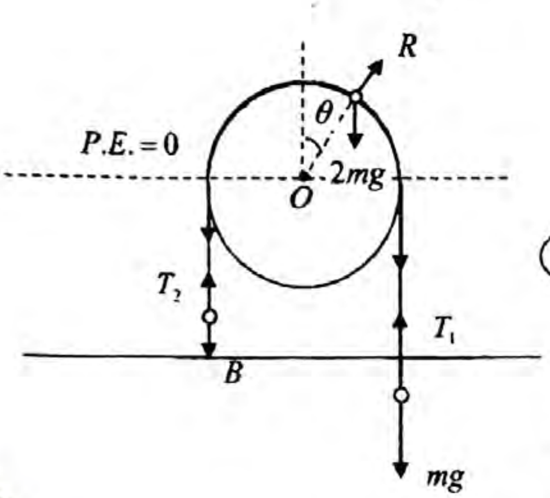
(5)

$\therefore t = \sqrt{\dfrac{2a}{\frac{10g}{17}}} = \sqrt{\dfrac{17a}{5g}}$.

10

(b)





(10)

ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන්

$$\frac{1}{2}\times 2m\times(a\dot{\theta})^2+2\times\frac{1}{2}\times m\times(a\dot{\theta})^2+2mga\cos\theta-mg(k-a\theta)-mg(k+a\theta)=-2mgk+2mga$$

(25) { PE 10, KE 10, Equation 5 }

$$\Rightarrow 2a\dot{\theta}^2=-2g\cos\theta+2g \quad (10)$$

$$\therefore \theta^2=\frac{g}{a}(1-\cos\theta).$$

45

$\underline{F}=m\underline{a}$:

C සඳහා ↗; $R-2mg\cos\theta=-2m\cdot a\dot{\theta}^2$ (10)

$$\Rightarrow\quad R=2mg\cos\theta-2mg(1-\cos\theta)$$

$$=2mg(2\cos\theta-1). \quad (5)$$

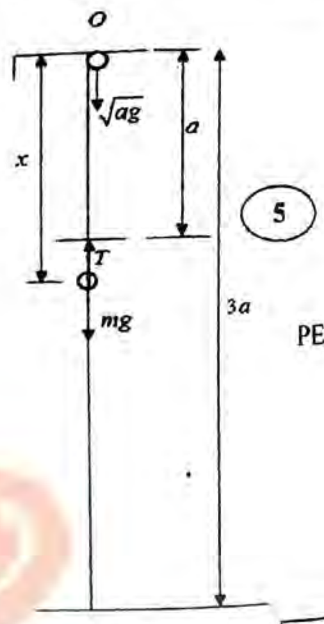
⇒ θ වැඩි වන විට R අඩු වන අතර $\cos\theta=\frac{1}{2}$ වන විට $R=0$ වේ. (5)

∴ $\theta=\frac{\pi}{3}$ වන විට C ගෝලය හැර යයි. (5)

25

$\theta=\pi/3$ ... $R=0$

13. ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් ගෙබිමකට $3a$ උසක් ඉහළින් වූ O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට ඇඳා ඇත. අංශුව O අසලින් තබා, $\sqrt{ga}$ වේගයකින් සිරස් ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තන්තුවේ දිග x යන්න, $a \le x < 3a$ සඳහා $\ddot{x} + \frac{g}{a}(x-2a) = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වා මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය සොයන්න.
ගෙබිම සමග පළමු ගැටුම තෙක් අංශුවේ පහළට චලිතය සඳහා ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් $a \le x < 3a$ සඳහා $\dot{x}^2 = \frac{g}{a}(4ax - x^2)$ බව පෙන්වන්න.
$X = x - 2a$ යැයි ගනිමින් අවසාන සමීකරණය $-a \le X < a$ සඳහා $\dot{X}^2 = \frac{g}{a}\left(A^2 - X^2\right)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි A යනු නිර්ණය කළ යුතු විස්තාරය වේ.
ගෙබිම සමග පළමු ගැටුමට මොහොතකට පෙර අංශුවේ ප්‍රවේගය කුමක් ද?
අංශුව හා ගෙබිම අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{\sqrt{3}}$ වේ. පළමු ගැටුමෙන් පසු තන්තුව බුරුල් වන තෙක් අංශුවේ උඩු අත් චලිතයට $-a \le X < a$ සඳහා $\dot{X}^2 = \frac{g}{a}\left(B^2 - X^2\right)$ බව දී ඇත; මෙහි B යනු මෙම නව සරල අනුවර්තී චලිතයේ නිර්ණය කළ යුතු විස්තාරය වේ.
ඉහතින් විස්තර කරන ලද යටි අත් හා උඩු අත් සරල අනුවර්තී චලිතවල අංශුව යෙදෙන මුළු කාලය $\frac{5\pi}{6}\sqrt{\frac{a}{g}}$ බව පෙන්වන්න.



$a \le x < 3a$: සඳහා

$$T = \frac{mg}{a}(x-a) \quad (5)$$

$\underline{F} = m\underline{a}$: යෙදීමෙන්

m සඳහා $\downarrow$; $mg - T = m\ddot{x}$ (10)

$$\Rightarrow mg - \frac{mg}{a}(x-a) = m\ddot{x}$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{g}{a}(x-2a) = 0. \quad (5)$$

PE 10

$\ddot{x} = 0$ මගින් කේන්ද්‍රය දෙනු ලැබේ. i.e. $x = 2a$.

(5)

එම නිසා C, හි කේන්ද්‍රය පවතී. මෙහි C යනු $OC = 2a$ වූ O ට සිරස්ව පහළින් පිහිටන ලක්ෂ්‍යයි.

35

ශක්ති සංස්ථිතියෙන් : $\frac{1}{2}m(ga) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - mgx + \frac{1}{2}mg\frac{(x-a)^2}{a}$ (20)

දා - ශ / චි. ශ. / දු - ශ / ප්‍රත්‍යා ශ

$$ga = \dot{x}^2 - 2gx + \frac{g}{a}(x^2 - 2ax + a^2)$$

$$\dot{x}^2 = 2gx - \frac{g}{a}x^2 + 2gx$$

ඇතන්තුවේ දිග ලෙස ~~ගෙන~~ නොගෙන ; එසේ නොවන් ආකාරයට
ගැටලුව සැලසුවොත් — Block ① — 35 න් 25 .ශ.
$\ddot{x} + g/2a(x-2a) = 0$ හා $x = 2a$ ලබා ගත.

නිදා. Block ② එසේ අවසන් 5 ගත.

$\dot{x}^2 = \frac{g}{a}(4ax - x^2)$ for $a \le x < 3a$ (5)

25

$X = x - 2a \Rightarrow \dot{X} = \dot{x}$ (5)

තවද $a \le x < 3a \Leftrightarrow -a \le X < a.$

$\dot{X}^2 = \frac{g}{a}\{4a(X + 2a) - (X + 2a)^2\}$ (5)

$= \frac{g}{a}\{4a^2 - X^2\}$ for $-a \le X < a$ (5)

$\therefore A = 2a.$ (5)

20

$\downarrow v$ යනු ගැටුමට පෙර අංශුවේ ප්‍රවේගය ලෙස ගන්න .

එවිට $v^2 = \frac{g}{a}(4a^2 - a^2) = 3ga$ (5)

$\therefore v = \sqrt{3ga}.$ (5)

10

නිව්ටන් ගේ ප්‍රත්‍යාගති නියමයෙන් ගැටුමට පසු ප්‍රවේගය $\uparrow = \sqrt{ga}$ $\left(\because e = \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$ (10)

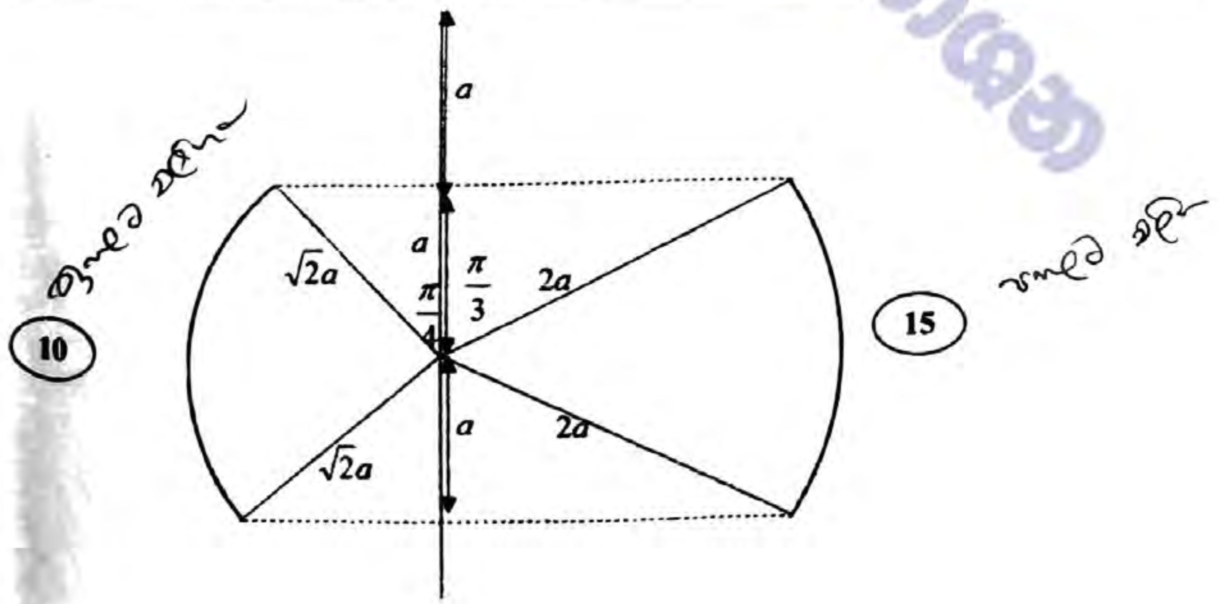
$\dot{X}^2 = \frac{g}{a}(B^2 - X^2)$

$X = a$ වන විට $\dot{X} = \sqrt{ga}$ වේ.

$ga = \frac{g}{a}(B^2 - a^2)$ (5)

$\Rightarrow B = \sqrt{2}a.$ (5)

20



$\sqrt{\frac{g}{a}}t_1 = \frac{\pi}{3}$, නිසා $t_1 = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{a}{g}}$ වේ. (5)

$\sqrt{\frac{g}{a}}t_2 = \frac{\pi}{2}$, නිසා $t_2 = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{a}{g}}$ වේ. (5)

$\therefore t_1 + t_2 = \frac{5\pi}{6}\sqrt{\frac{a}{g}}$. (5)

40

35

PADANAMA PUBLICATION

14. (*a*) A හා B සමග **එක රේඛීය නොවන** O අචල මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ. O අනුබද්ධයෙන් C ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{c} = (1-\lambda)\,\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $0<\lambda<1$ වේ.

$\overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{CB}$ දෛශික $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ හා λ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

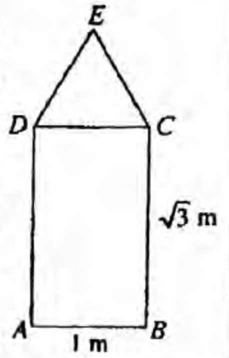
ඒ නයින්, C ලක්ෂ්‍යය AB රේඛා ඛණ්ඩය මත පිහිටන බවත් $AC : CB = \lambda : (1-\lambda)$ බවත් පෙන්වන්න.

දැන්, OC රේඛාව $A\hat{O}B$ කෝණය සමච්ඡේදනය කරන්නේ යැයි සිතමු. $|\mathbf{b}|(\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}) = |\mathbf{a}|(\mathbf{b}\cdot\mathbf{c})$ බව පෙන්වා ඒ නයින්, λ සොයන්න.

(*b*) රූපයෙහි $ABCD$ යනු $AB = 1$ m හා $BC = \sqrt{3}$ m වූ සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන අතර CDE යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. විශාලත්වය නිව්ටන $5, 2\sqrt{3}, 3, 4\sqrt{3}, P$ හා Q වූ බල පිළිවෙළින් BA, DA, DC, CB, CE හා DE දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියාකරයි. මෙම බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වේ.

$P = 4$ හා $Q = 8$ බව පෙන්වා, මෙම යුග්මයේ ඝූර්ණය සොයන්න. දැන්, BA හා DA දිගේ ක්‍රියාකරන බලවල විශාලත්ව එලෙසම තිබිය දී ඒවායේ දිශා ප්‍රතිවර්ත්‍ය කරනු ලැබේ. නව පද්ධතිය විශාලත්වය නිව්ටන $2\sqrt{37}$ සහිත තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට ඌනනය වන බව පෙන්වන්න.

මෙම සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියාරේඛාව දික් කළ BA හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති දුර $\frac{7}{4}$ m බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.



14. (a) $\overrightarrow{OA} = \underline{a}, \overrightarrow{OB} = \underline{b}$ සහ $\overrightarrow{OC} = \underline{c}$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \underline{c} - \underline{a} = (1-\lambda)\underline{a} + \lambda\underline{b} - \underline{a}$. (5)

$= \lambda(\underline{b} - \underline{a})$.

(5)

$\overrightarrow{CB} = \underline{b} - \underline{c} = \underline{b} - (1-\lambda)\underline{a} - \lambda\underline{b}$ (5)

$= (1-\lambda)(\underline{b} - \underline{a})$. (5)

25

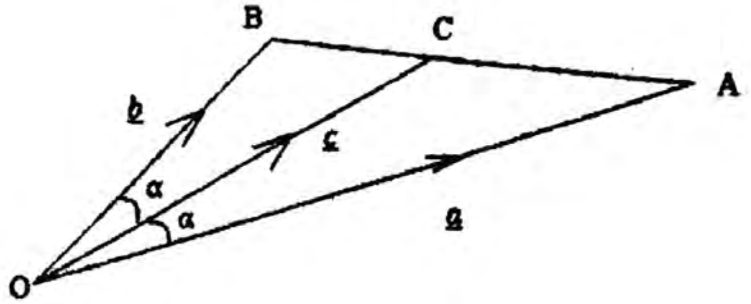
$\overrightarrow{AC} = \frac{\lambda}{(1-\lambda)}\overrightarrow{CB}$ (5)

(5)

$\therefore C$ යන්න AB මත පිහිටන අතර $\frac{AC}{CB} = \frac{\lambda}{(1-\lambda)}$.

i.e. $AC : CB = \lambda : (1-\lambda)$ (5)

15



$\dfrac{a \cdot c}{b \cdot c}$ [illegible]

$B\hat{O}C = A\hat{O}C$

$\underline{a} \cdot \underline{c} = |\underline{a}||\underline{c}|\cos\alpha$ (5)

$b \cdot \underline{c} = |b||\underline{c}|\cos\alpha$ (5)

Because $a \cdot c$ [illegible] $b \cdot c$ [illegible]

$\Rightarrow \dfrac{\underline{a} \cdot \underline{c}}{|\underline{a}|} = \dfrac{\underline{b} \cdot \underline{c}}{|\underline{b}|}$ (5)

$\Rightarrow |\underline{b}|(\underline{a} \cdot \underline{c}) = |\underline{a}|(\underline{b} \cdot \underline{c})$ (5)

20

$\Rightarrow |\underline{b}|\{(1-\lambda)|\underline{a}|^2 + \lambda\, \underline{a} \cdot \underline{b}\} = |\underline{a}|\{(1-\lambda)\,\underline{a} \cdot \underline{b} + \lambda|\underline{b}|^2\}$ (5) (5)

(annotations: $a \cdot c$; $b \cdot c$)

(5) [illegible]

$(1-\lambda)|\underline{a}|\{|\underline{a}||\underline{b}| - a \cdot \underline{b}\} = \lambda|\underline{b}|\{|\underline{a}||\underline{b}| - \underline{a} \cdot \underline{b}\}$

$(1-\lambda)|\underline{a}| = \lambda|\underline{b}|$

λ [illegible] (15) [illegible]

$\Rightarrow \lambda = \dfrac{|\underline{a}|}{|\underline{a}| + |\underline{b}|}$. (∵ $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ප්‍රභින්න සහ ඒකරේඛීය නොවේ..) [illegible]

15

$\underline{a} \cdot \underline{c} = \underline{a} \cdot ((1-\lambda)\underline{a} + \lambda\underline{b})$

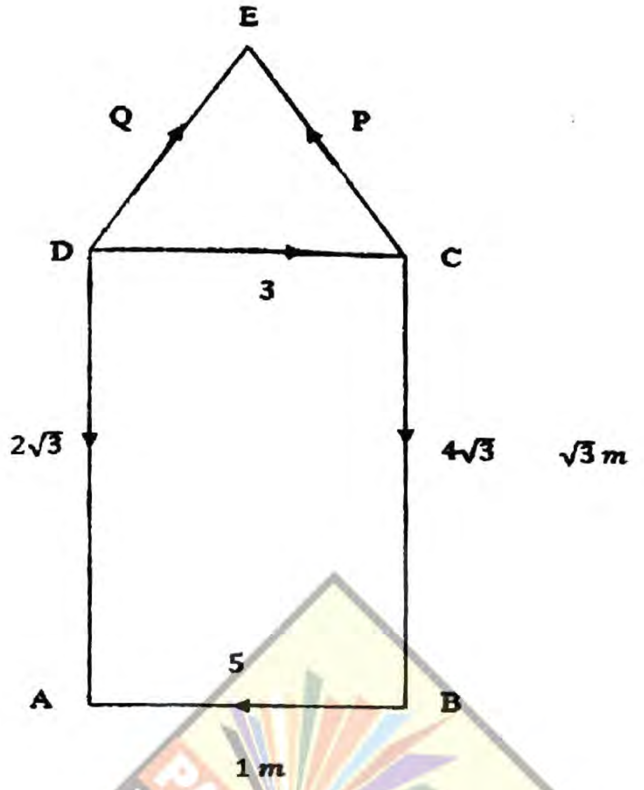
$= |a||a|(1-\lambda) + \lambda\, \underline{a} \cdot \underline{b}$

$= |a|^2(1-\lambda) + \lambda\, \underline{a} \cdot b$

$b \cdot c = \underline{b} \cdot ((1-\lambda)\underline{a} + \lambda\underline{b})$

$= (1-\lambda)\, a \cdot \underline{b} + \lambda|b|^2$

(b)



(10)

පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වන නිසා,

$\rightarrow \quad 3 - 5 + Q\cos 60^\circ - P\cos 60^\circ = 0$ (5)

$\Rightarrow \quad P - Q = -4,$ සහ (5)

$\uparrow \quad -2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + Q\sin 60^\circ + P\sin 60^\circ = 0$ (5)

$\Rightarrow \quad P + Q = 12$ (5)

$\therefore \quad P = 4$ and $Q = 8.$ (5)

E↺ යුග්මයේ ඝූර්ණය = $7\sqrt{3}Nm$ (10)

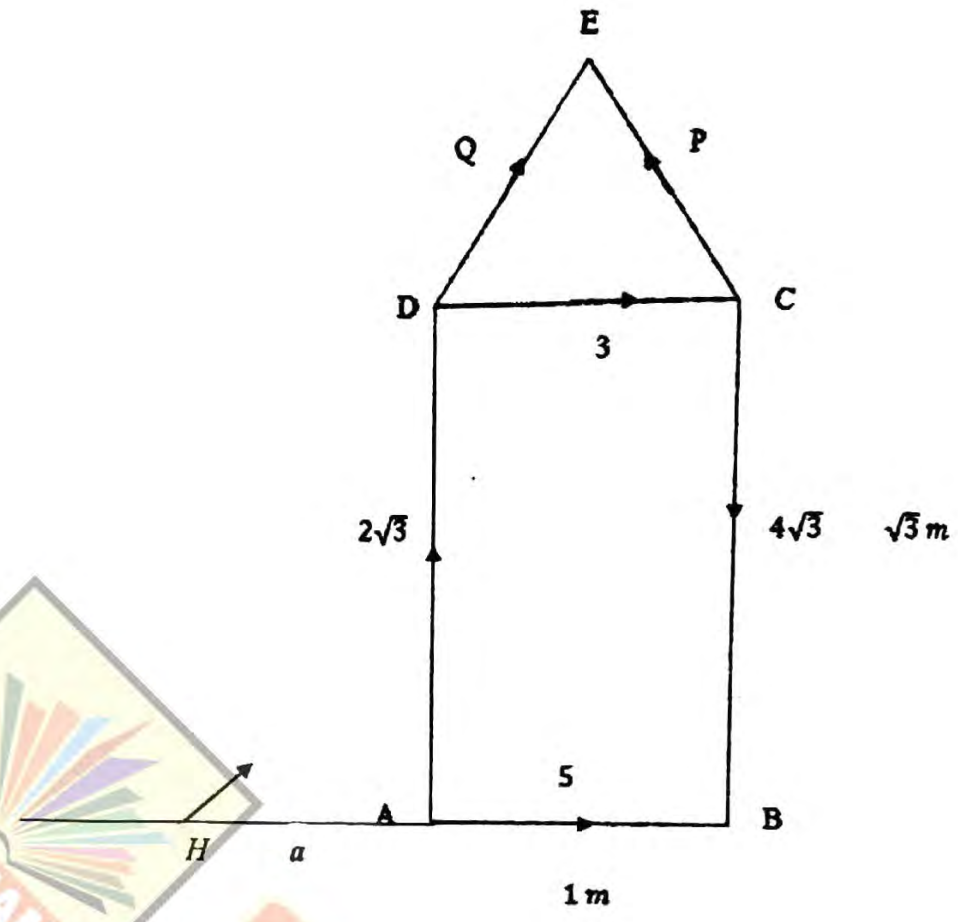
45

$A \circlearrowright \ (4\sqrt{3}\times 1) + (3\times\sqrt{3}) + (4\times\sqrt{3}) - (2\times\sqrt{3}) - (2\sqrt{3}\times 1)$

$4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$\rightarrow 7\sqrt{3}$

PADANAMA PUBLICATION



PADANAMA PUBLICATION

$\rightarrow \quad X = 5 + 3 + 8\cos 60^\circ - 4\cos 60^\circ = 10$ (5)

$\uparrow \quad Y = 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 8\sin 60^\circ + 4\sin 60^\circ = 4\sqrt{3}$ (5)

$R = \sqrt{100 + 48} = 2\sqrt{37}$ (5)

15

H යනු දික් කල BA, සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව හමුවන ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු.

H ↻

$-6\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1+a) + \sqrt{3}(3+4-2) = 0$ (10) or (0)

$-6a + 2 + 2a + 5 = 0$

$a = \dfrac{7}{4}m$. (5)

15

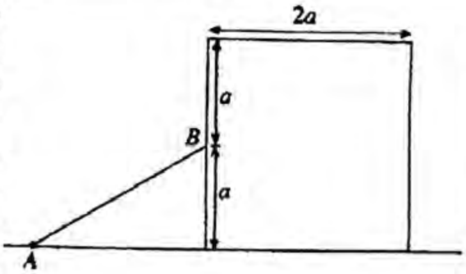
A↻ $(4\sqrt{3} \times 1) + (3 \times 2\sqrt{3}) + 8\cos 60 \times 2\sqrt{3} - 4\cos 60 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \times 2$

~~$4\sqrt{3} + 8\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}x$~~

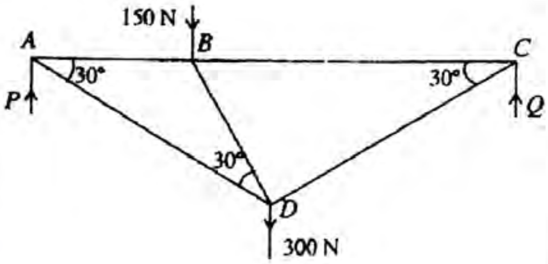
$4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}x$

$7\sqrt{3} = 4\sqrt{3}x$

15. (*a*) බර W හා පැත්තක දිග $2a$ වන ඒකාකාර ඝනකාකාර කුට්ටියක් රළු තිරස් ගෙබිමක් මත තබා ඇත. බර $2W$ හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක A කෙළවර තිරස් ගෙබිමෙහි ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇති අතර B කෙළවර ඝනකයේ සුමට සිරස් මුහුණතකට එරෙහිව එහි කේන්ද්‍රයේ තබා ඇත. දණ්ඩ ඔස්සේ යන සිරස් තලය කුට්ටියේ එම සිරස් මුහුණතට ලම්බ වන අතර පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ පවතී. (අදාළ සිරස් හරස්කඩ සඳහා රූපය බලන්න.) ඝනකාකාර කුට්ටිය හා රළු තිරස් ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. $\mu \geq \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

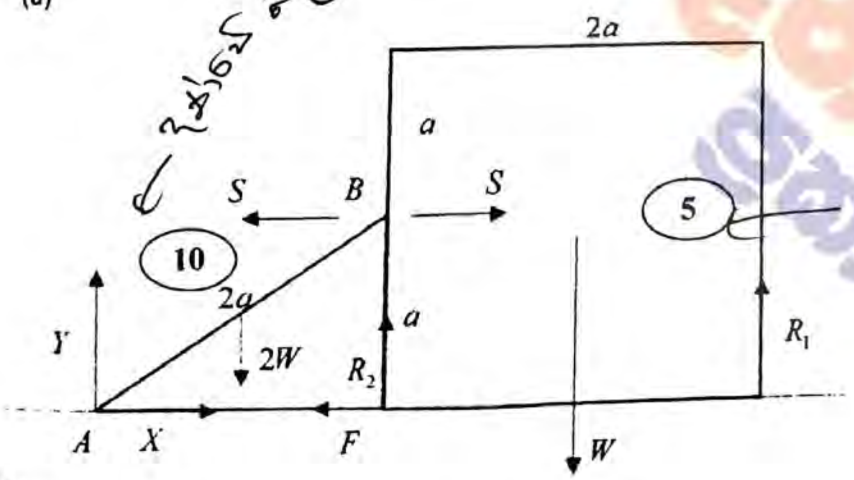


(*b*) කෙළවරවලින් නිදහසේ සන්ධි කරන ලද AB, BC, AD, BD හා CD සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ පෙන්වයි. $AB =$ මීටර a හා $BC =$ මීටර $2a$ වන අතර $B\hat{A}D = B\hat{D}A = B\hat{C}D = 30°$ වේ. රාමු සැකිල්ලට B හි දී 150 N හා D හි දී 300 N භාර යොදා ඇත. එය AB හා BC තිරස් වන පරිදි පිළිවෙළින් A හා C හි දී යොදන ලද P හා Q සිරස් බල දෙකකින් ආධාර කරනු ලැබ සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත. $P = 250$ N බව පෙන්වන්න.



බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ ඒ නයින්, සියලු ම දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරන්න.

(a)



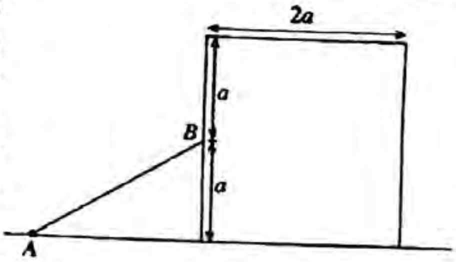
කුට්ටිය සඳහා ↑

$R_1 + R_2 = W$ (10)

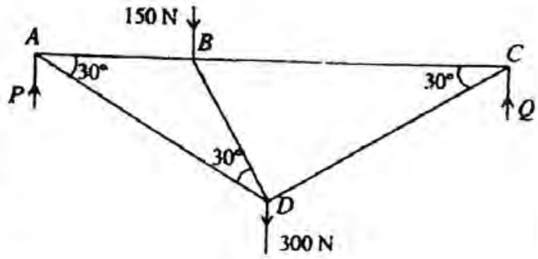
කුට්ටිය සඳහා ⟶

$F = S$ (5)

15. (a) බර W හා පැත්තක දිග $2a$ වන ඒකාකාර ඝනකාකාර කුට්ටියක් රළු තිරස් ගෙබිමක් මත තබා ඇත. බර $2W$ හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක A කෙළවර තිරස් ගෙබිමෙහි ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇති අතර B කෙළවර ඝනකයේ සුමට සිරස් මුහුණතකට එරෙහිව එහි කේන්ද්‍රයේ තබා ඇත. දණ්ඩ ඔස්සේ යන සිරස් තලය කුට්ටියේ එම සිරස් මුහුණතට ලම්බ වන අතර පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ පවතී. (අදාළ සිරස් හරස්කඩ සඳහා රූපය බලන්න.) ඝනකාකාර කුට්ටිය හා රළු තිරස් ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. $\mu \geq \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

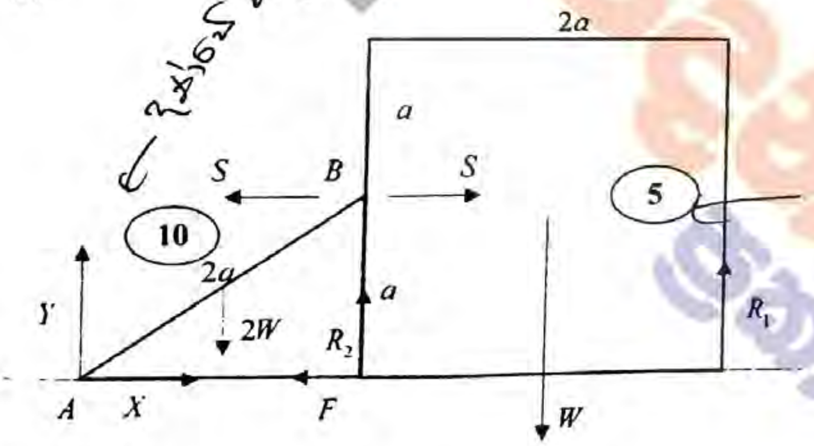


(b) කෙළවරවලින් නිදහසේ සන්ධි කරන ලද AB, BC, AD, BD හා CD සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ පෙන්වයි. AB = මීටර a හා BC = මීටර $2a$ වන අතර $B\hat{A}D = B\hat{D}A = B\hat{C}D = 30°$ වේ. රාමු සැකිල්ලට B හි දී 150 N හා D හි දී 300 N භාර යොදා ඇත. එය AB හා BC තිරස් වන පරිදි පිළිවෙළින් A හා C හි දී යොදන ලද P හා Q සිරස් බල දෙකකින් ආධාර කරනු ලැබ සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත. $P = 250$ N බව පෙන්වන්න.



බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ ඒ නයින්, සියලු ම දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරන්න.

(a)



කුට්ටිය සඳහා ↑

$R_1 + R_2 = W$ (10)

කුට්ටිය සඳහා →

$F = S$ (5)

AB සඳහා A ↻ $S \times a - 2W \times \frac{\sqrt{3}a}{2} = 0$ (10)

$\therefore S = \sqrt{3}W$ (5)

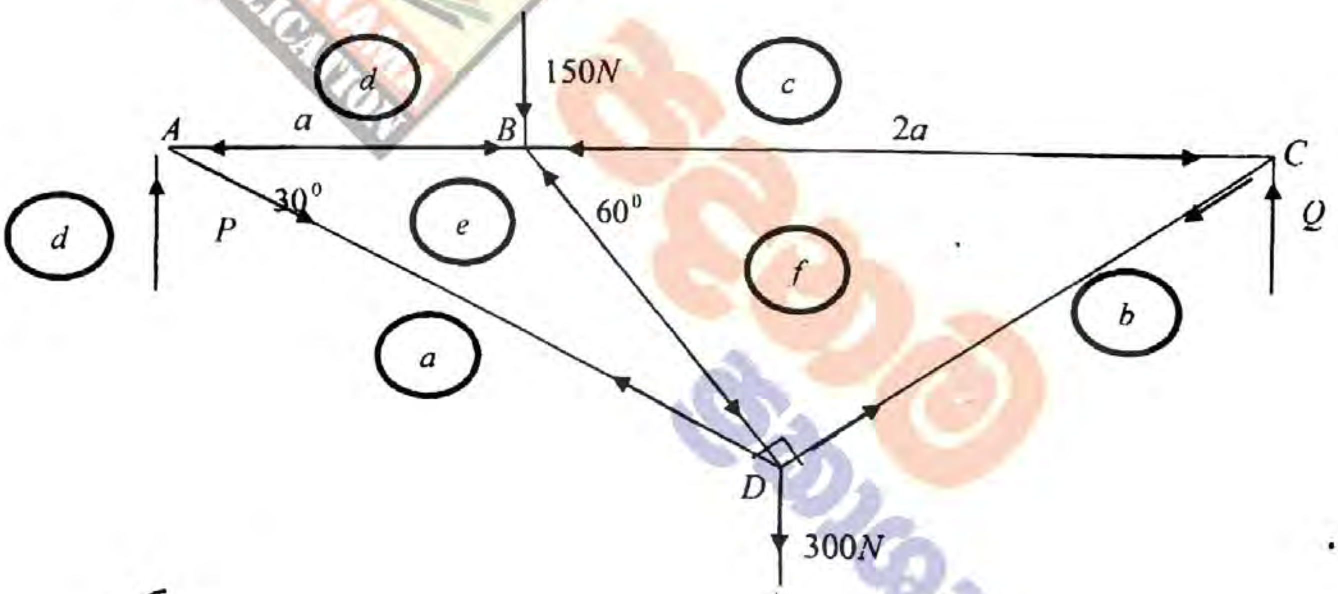
$\mu \geq \frac{|F|}{(R_1 + R_2)}$ (10)

$\mu \geq \frac{\sqrt{3}W}{W}$

$\mu \geq \sqrt{3}$ (5)

60

(b)

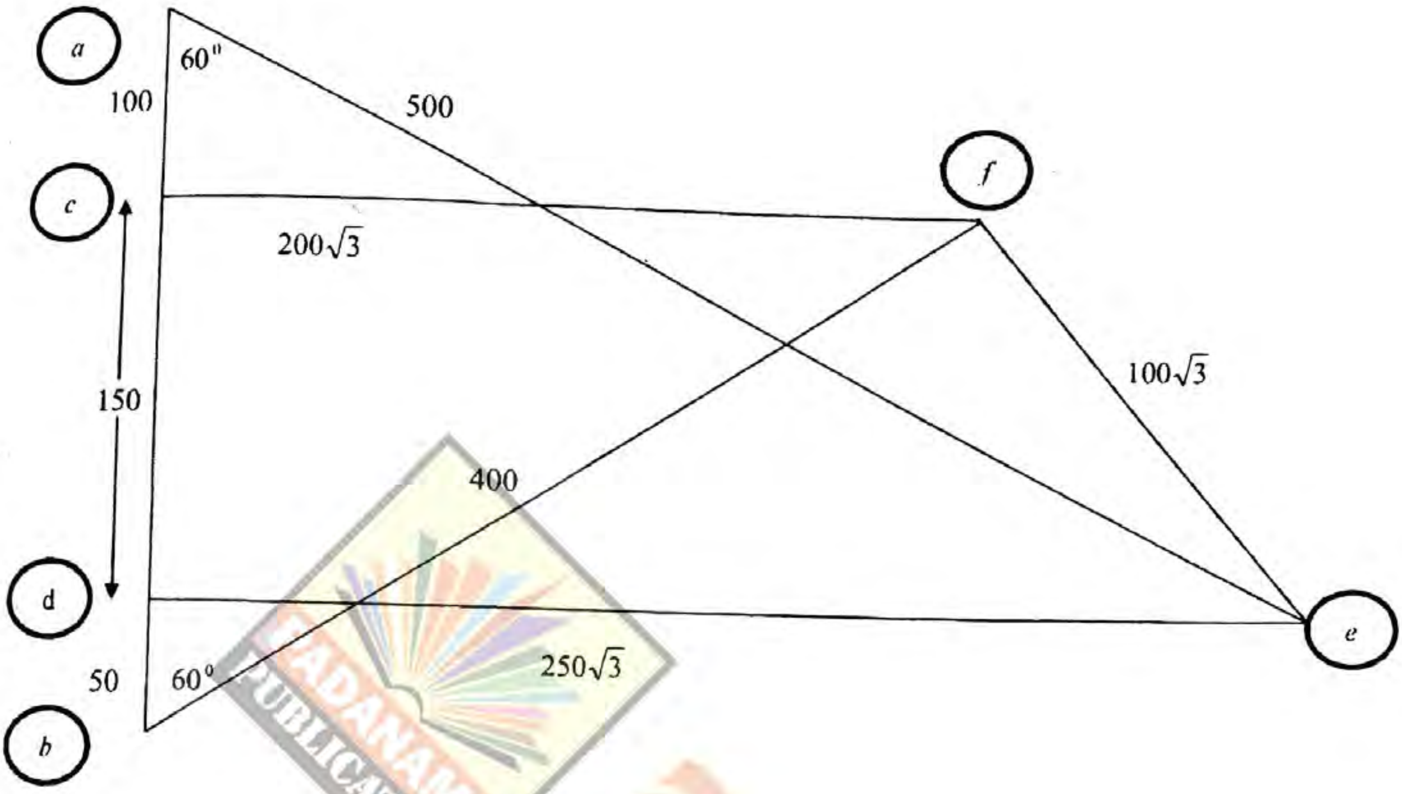


C ↻

$150 \times 2a + 300\left(2a - \frac{a}{2}\right) - P.3a = 0$ (5)

$\Rightarrow P = 250N$ (5)

10

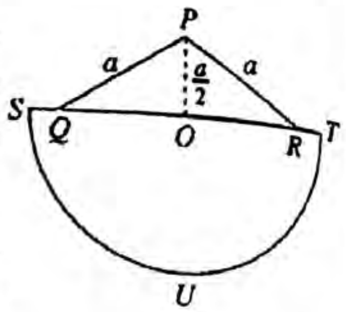


සන්ධි තුනට : (30)

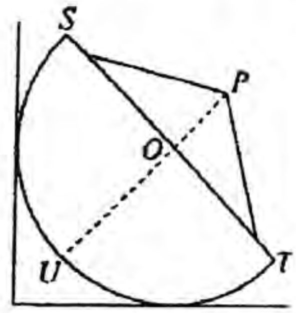
දණ්ඩ	ආතතිය	තෙරපුම
AB		$250\sqrt{3}\ N$ (10)
BC		$200\sqrt{3}\ N$ (10)
CD	$400\ N$ (10)	
DA	$500\ N$ (10)	
DB		$100\sqrt{3}\ N$ (10)

16. කේන්ද්‍රය C හා අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාපයක හැඩයෙන් යුත් තුනී ඒකාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය C සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ඇති බව පෙන්වන්න.

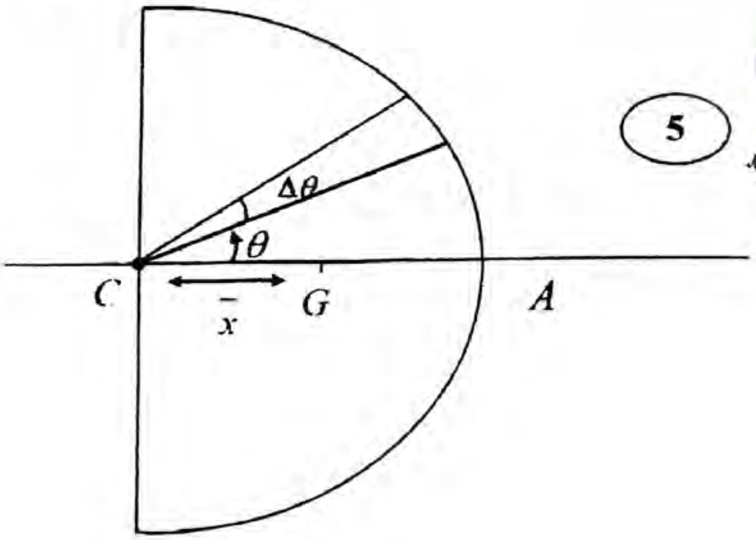
යාබද රූපයෙහි PQ, PR හා ST යනු, ඒකක දිගක ස්කන්ධය ρ වූ තුනී ඒකාකාර කම්බියකින් කපා ගත් සරල රේඛීය කැබලි තුනකි. PQ හා PR කැබලි දෙක P ලක්ෂ්‍යයෙහි දී එකිනෙකට පාස්සා ඉන් පසු Q හා R ලක්ෂ්‍යවල දී ST ට පාස්සා ඇත. $PQ = PR = a$, $ST = 2a$ හා $PO = \frac{a}{2}$ බව දී ඇත; මෙහි O යනු QR හා ST යන දෙකෙහි ම මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. තව ද SUT යනු ඒකක දිගක ස්කන්ධය $k\rho$ වූ තුනී ඒකාකාර කම්බියකින් සාදා ගත් කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාපයකි; මෙහි $k\ (>0)$ නියතයක් වේ. SUT අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බිය PQR තලයේ S හා T ලක්ෂ්‍යවල දී ST කම්බියට පාස්සා රූපයේ දැක්වෙන L දෘඪ තල කම්බි රාමුව සාදා ඇත. L හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය P සිට $\left(\frac{\pi k + 4k + 3}{\pi k + 4}\right)\frac{a}{2}$ දුරකින් ඇති බව පෙන්වන්න.



යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි L කම්බි රාමුව, එහි වෘත්තාකාර කොටස සුමට සිරස් බිත්තියක හා ලිස්සා යාම වැළැක්වීමට ප්‍රමාණවත් තරම් රළු තිරස් ගෙබිමක ස්පර්ශ වෙමින්, එහි තලය බිත්තියට ලම්බව සමතුලිතව ඇත. L මත ක්‍රියාකරන බල ලකුණු කර $k > \frac{1}{4}$ බව පෙන්වන්න.



දැන් $k = 1$ යැයි ගනිමු. P ලක්ෂ්‍යයේ දී ස්කන්ධය m වන අංශුවක් L ට සම්බන්ධ කළ පසු ද ඉහත පිහිටීමේ ම සමතුලිතතාව පවත්වාගෙන යයි. $m < 3\rho a$ බව පෙන්වන්න.



(5)

සමමිතියෙන් , ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය , G , CA මත පිහිටයි සහ OG= $\bar{x}$ (5)

ρ යනු ඒකකදිගක ස්කන්ධය යැයි ගනිමු.

එවිට $\Delta m = a(\Delta\theta)\rho$ සහ $\bar{x} = \dfrac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} a\,\rho\, a\cos\theta\, d\theta}{\pi a \rho}$ (10) (5) $= \dfrac{a}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta\, d\theta$

$= \dfrac{a}{\pi}\cdot \sin\theta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$ (5)

$= \dfrac{a}{\pi}\left[2\sin\dfrac{\pi}{2}\right]$

$= \dfrac{2a}{\pi}$. (5)

එනයින් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය C සිට $\dfrac{2a}{\pi}$ දුරකින් පවතී. **35**

වස්තුව	ස්කන්ධය	සිරස් දුර , P සිට ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට ↓
PR	$a\rho$	$\frac{a}{4}$ (5)
PQ	$a\rho$ (10)	$\frac{a}{4}$ (5)
ST	$2a\rho$	$\frac{a}{2}$ (5)
SUT	$\pi a k \rho$ (5)	$\frac{a}{2}+\frac{2a}{\pi}$ (5)
සංයුක්ත වස්තුව	$(4+\pi k)a\rho$ (5)	$\bar{x}_1$

එවිට $\Delta m = a(\Delta\theta)\rho$ සහ $\bar{x} = \dfrac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} a\,\rho\, a\cos\theta\, d\theta}{\pi a \rho}$ (10) (5) $= \dfrac{a}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta\, d\theta$

$$= \frac{a}{\pi}\cdot \sin\theta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \quad (5)$$

$$= \frac{a}{\pi}\left[2\sin\frac{\pi}{2}\right]$$

$$= \frac{2a}{\pi}. \quad (5)$$

එනයින් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය C සිට $\dfrac{2a}{\pi}$ දුරකින් පවතී. **35**

වස්තුව	ස්කන්ධය	සිරස් දුර, P සිට ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට
PR	$a\rho$	$\frac{a}{4}$ (5)
PQ	$a\rho$ (10)	$\frac{a}{4}$ (5)
ST	$2a\rho$	$\frac{a}{2}$ (5)
SUT	$\pi a k\rho$ (5)	$\frac{a}{2} + \frac{2a}{\pi}$ (5)
සංයුක්ත වස්තුව	$(4+\pi k)a\rho$ (5)	$\bar{x}_1$

සමමිතියෙන් L හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය P හා O යා කරණරේඛාව මත පිහිටයි. (5)

ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ අර්ථ දැක්වීම මගින් ,

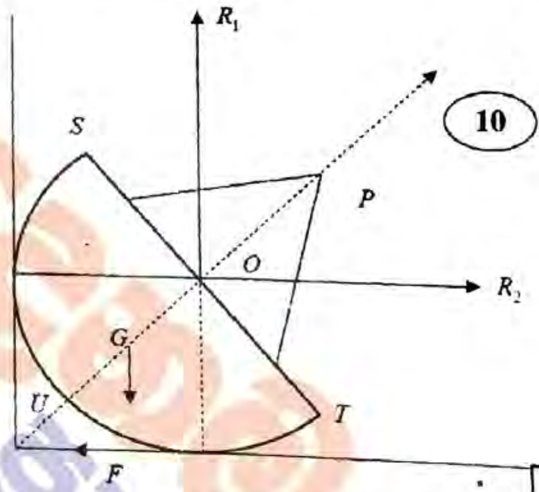
$$(4a\rho + \pi a k \rho)\overline{x_1} = 2a\rho \times \frac{a}{4} + 2a\rho \times \frac{a}{2} + \pi a k \rho \times \left(\frac{a}{2} + \frac{2a}{\pi}\right) \quad (15)$$

$$\Rightarrow (4 + \pi k)\overline{x_1} = \frac{a}{2} + a + \frac{\pi a k}{2} + 2ak \quad (5)$$

$$\Rightarrow \overline{x_1} = \left(\frac{\pi k + 4k + 3}{\pi k + 4}\right)\frac{a}{2}. \quad (5)$$

70

L රාමුව සමතුලිතතාවයෙන් දෙන ලද පිහිටුමේ තිබීමට $\overline{x_1} > \frac{a}{2}$ විය යුතුයි. (5)



i.e. $\left(\frac{\pi k + 4k + 3}{\pi k + 4}\right)\frac{a}{2} > \frac{a}{2}$. (5)

$\Leftrightarrow \quad \pi k + 4k + 3 > \pi k + 4.$

$\Leftrightarrow \quad k > \frac{1}{4}.$ (5)

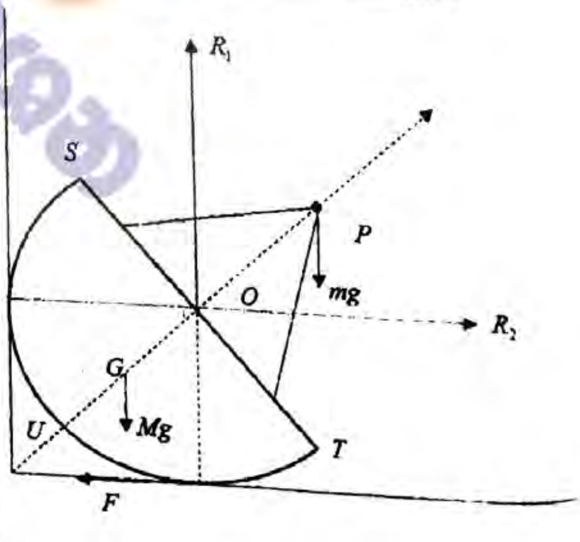
(10)

25

$k = 1$ යැයි ගනිමු.

එවිට , $\overline{x_1} = \left(\frac{\pi + 7}{\pi + 4}\right)\frac{a}{2}.$

$\overline{x_2}$ යනු P සිට අලුත් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට ඇති දුර ලෙස ගන්න.



Becaus ;

PADANAMA PUBLICATION

එවිට $\left[(4a\rho + \pi a\ \rho) + m\right]\overline{x_2} = (4a\rho + \pi a\ \rho)\overline{x_1}.$ (5)

$$\Leftrightarrow \left[(4a\rho + \pi a\ \rho) + m\right]\overline{x_2} = (4a\rho + \pi a\ \rho)\left(\frac{\pi + 7}{\pi + 4}\right)\frac{a}{2}$$

$$\Leftrightarrow \left[(4a\rho + \pi a\ \rho) + m\right]\overline{x_2} = a\rho(\pi + 7)\frac{a}{2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{x_2} = \frac{a\rho(\pi + 7)}{\left[(4a\rho + \pi a\ \rho) + m\right]}\frac{a}{2}$$ (5)

ඉහත පිහිටුමේ සමතුලිතව පිහිටීමට $\overline{x_2} > \frac{a}{2}$ විය යුතු වේ. (5)

i.e. $\frac{a\rho(\pi + 7)}{\left[(4a\rho + \pi a\ \rho) + m\right]}\frac{a}{2} > \frac{a}{2}$

$\Leftrightarrow a\rho(\pi + 7) > 4a\rho + \pi a\ \rho + m$

$\Leftrightarrow m < 3a\rho.$ (5)

$x + x_1$

$x > a/2$

17. (*a*) A, B හා C යන මලු එක එකක, පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම, සුදු බෝල හා කළු බෝල පමණක් අඩංගු වේ. A මල්ලෙහි සුදු බෝල 4 ක් හා කළු බෝල 2 ක් ද B මල්ලෙහි සුදු බෝල 2 ක් හා කළු බෝල 4 ක් ද C මල්ලෙහි සුදු බෝල m හා කළු බෝල $(m+1)$ ක් ද අඩංගු වේ. මල්ලක් සසම්භාවීව තෝරා ගෙන එකකට පසු ව අනෙක ලෙස ප්‍රතිස්ථාපනයෙන් තොරව සසම්භාවීව බෝල දෙකක් එම මල්ලෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. ඉවතට ගත් පළමු බෝලය සුදු හා ඉවතට ගත් දෙවන බෝලය කළු වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{5}{18}$ වේ. m හි අගය සොයන්න.

තව ද ඉවතට ගත් පළමු බෝලය සුදු හා ඉවතට ගත් දෙවන බෝලය කළු බව දී ඇති විට, C මල්ල තෝරා ගෙන තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) ශිෂ්‍යයන් 100 ක කණ්ඩායමක්, සංඛ්‍යාන ප්‍රශ්නයකට ඔවුන්ගේ පිළිතුරු සඳහා ලබා ගත් ලකුණුවල ව්‍යාප්තිය පහත වගුවෙහි දැක්වේ.

ලකුණු පරාසය	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
0 - 2	15
2 - 4	25
4 - 6	40
6 - 8	15
8 - 10	5

මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය μ හා සම්මත අපගමනය σ නිමානය කරන්න.

$\kappa = \frac{3(\mu - M)}{\sigma}$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන කුටිකතා සංගුණකය κ ද නිමානය කරන්න; මෙහි M යනු ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය වේ.

(*a*)

X යනු පළමු බෝලය සුදු සහ දෙවන බෝලය කළු යැයි ගනිමු (5)

මුළු සම්භාවිතා නියමයෙන්,

$$P(X) = P(X \mid A)\,P(A) + P(X \mid B)\,P(B) + P(X \mid C)\,P(C). \quad \text{------------(1)}$$

$P(X \mid A) = \frac{4}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$ (10) or (0)

$P(X \mid B) = \frac{2}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$ (10) or (0)

$P(X \mid C) = \frac{m}{(2m+1)} \cdot \frac{m+1}{2m} = \frac{(m+1)}{2(2m+1)}$ (10) or (0)

තවද, $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$. (5)

$P(X) = \frac{5}{18}$, නිසා

$(1) \Rightarrow \quad \frac{5}{18} = \frac{4}{15} \times \frac{1}{3} + \frac{4}{15} \times \frac{1}{3} + \frac{(m+1)}{2(2m+1)} \times \frac{1}{3}$ (10)

$\Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{8}{15} = \frac{(m+1)}{2(2m+1)}$ (5)

$\Rightarrow \quad 3(2m+1) = 5(m+1)$

$\Rightarrow \quad m = 2$ (5)

$m = 2 \Rightarrow P(X \mid C) = \frac{3}{10}.$ (5)

බේයිස් ප්‍රමේයයෙන් ,

$P(C \mid X) = \frac{P(X \mid C)\, P(C)}{P(X)}$ (5)

$= \frac{\frac{3}{10} \times \frac{1}{3}}{\frac{5}{18}}$ (5)

$= \frac{9}{25}.$ (5)

$\frac{\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}}{5/18} = 9/25$

(b)

ලකුණු පරාසය	f	මාධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය x	x^2 (5)	$f x$ (5)	$f x^2$ (5)
0-2	15	1	1	15	15
2-4	25	3	9	75	225
4-6	40	5	25	200	1000
6-8	15	7	49	105	735
8-10	5	9	81	45	405
	$\sum f = 100$			$\sum f x = 440$ (5)	$\sum f x^2 = 2380$ (5)

$\mu = \frac{\sum f x}{\sum f} = \frac{440}{100} = 4.4$ (5)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f x^2}{\sum f} - \mu^2}$$ (5)

$$= \sqrt{\frac{2380}{100} - \left(\frac{44}{10}\right)^2}$$ (5)

$$= \sqrt{23.8 - 19.36}$$ (5)

$$= \sqrt{4.44}$$

$$\approx 2.11.$$ (5)

50

$$M = 4 + \frac{10}{40} \times 2$$ (5)

$$\rightarrow L + \frac{\left(\frac{N}{2} - f_{r-1}\right)}{f_r} \times C$$

$$4 + \frac{\left(\frac{100}{2} - 40\right)}{40} \times 2$$

$$= 4.5.$$ (5)

$$\kappa = \frac{3(4.4 - 4.5)}{2.11}$$ (5)

$$= -\frac{0.3}{2.11}$$

$$\approx - \ 0.14.$$ (5)

20

PADANAMA PUBLICATION

උසස් පෙළ සඳහා ග්‍රන්ථ නාමාවලිය

(අ.පො.ස) උසස් පෙළ
12-13 ශ්‍රේණි - කෙටි සටහන්

සිංහල මාධ්‍ය

විද්‍යා - ගණිත

- 12 සාමාන්‍ය තොරතුරු තාක්ෂණය
- 12-13 රසායන විද්‍යාව - 1
- 12-13 රසායන විද්‍යාව - 2
- 12-13 රසායන විද්‍යාව - 3
- 12-13 රසායන විද්‍යාව - 4
- 12-13 රසායන විද්‍යාව - 5
- 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 1
- 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 2
- 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 3
- 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 4
- 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 5
- 12-13 ජීව විද්‍යාව - 1
- 12-13 ජීව විද්‍යාව - 2
- 12-13 ජීව විද්‍යාව - 3
- 12-13 ජීව විද්‍යාව - 4
- 12-13 ජීව විද්‍යාව - 5
- 12-13 ජීව විද්‍යාව - 6 (ක්‍රියාකාරී මානවයා)
- 12-13 ජීව විද්‍යාව - 7 (ක්‍රියාකාරී ශාකය)
- 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 1
- 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 2
- 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 3
- 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 4

වාණිජ්‍යය

- 12 ගිණුම්කරණය
- 13 ගිණුම්කරණය
- 12 ව්‍යාපාර අධ්‍යයනය
- 13 ව්‍යාපාර අධ්‍යයනය
- 12 ආර්ථික විද්‍යාව
- 13 ආර්ථික විද්‍යාව - 1
- 13 ආර්ථික විද්‍යාව - 2

කලා

- 12 සිංහල
- 13 සිංහල
- 12 දේශපාලන විද්‍යාව
- 13 දේශපාලන විද්‍යාව
- 12 ශ්‍රී ලංකා ඉතිහාසය
- 13 ශ්‍රී ලංකා ඉතිහාසය
- 12 ඉන්දියානු ඉතිහාසය
- 13 ඉන්දියානු ඉතිහාසය
- 12 භූගෝල විද්‍යාව
- 13 භූගෝල විද්‍යාව
- 12 බෞද්ධ ශිෂ්ටාචාරය
- 13 බෞද්ධ ශිෂ්ටාචාරය
- 12 සන්නිවේදන හා මාධ්‍ය අධ්‍යයනය
- 13 සන්නිවේදන හා මාධ්‍ය අධ්‍යයනය

Grade 12-13 - Short Notes

English Medium

- 12 Accounting
- 13 Accounting
- 12 Business Studies
- 13 Business Studies
- 12 Eeonomics

12-13 ශ්‍රේණි - ප්‍රශ්නෝත්තර

සිංහල මාධ්‍ය

- සාමාන්‍ය දැනීම
- 12 ගිණුම්කරණය - 1
- 12 ව්‍යාපාර අධ්‍යයනය
- 12 ආර්ථික විද්‍යාව

සියලු ම ශ්‍රේණි සඳහා කෙටි සටහන් සහ ප්‍රශ්න පත්‍ර පොත් අප සතුව තිබෙන අතර, මෙම ඕනෑම ග්‍රන්ථයක් වට්ටම් සහිත ව ඔබේ නිවසට ම ගෙන්වා ගත හැකි ය.